

# 浅谈三角函数的解题方法

◆杨进花

(云南省昭通市镇雄县五德中学 云南昭通 657200)

摘要:在高中数学研究中,对三角函数的掌握可以帮助学生分析问题,很好的深入掌握一些函数的性质和图像,不同类型的三角函数用不同的方法进行求解,对这个主题进行研究和总结是非常有必要的,在高考数学中,三角函数的求解是占了很大的比例,在高中数学学习中学好三角函数对我们是非常重要的。

关键词:三角函数;单调性;周期性;奇偶性;最值;对称性

三角函数的学习涉及广泛,需要学生用大量时间学习相关知识,所以学生在学习过程当中会感觉到有一定的难度,教师在教学中要启发和引导学生学习类比,推广,特殊化,整体代换等的数学思想,使学生学会数学思考与推理,不断提高数学思维能力。从解析几何的学习中,我们感受到代数方法(数及其运算)在研究几何问题中的作用和有效性,通过本章的学习可以发现,“只变其形其质”的代数变换,这种变换是解决数学问题的重要手段,三角变换也是“只变其形其质”的,这种变换是解决问题的关键;所以在教学中我们要“观察”,“思考”,“探究”相结合,教学是教师的教与学生的学的统一的过程,是师生交流,积极互动,共同发展的过程,一种全新的,主体性的教学模式应运而生,引起教师与学生之间知识上有意义上的讨论,学生掌握知识,形成能力,沟通现实生活与数学学习,将抽象的数学问题与抽象定义之间的桥梁,诱发学生思维的积极性,引起学习更多的联想,能容易调动学生已有的知识经验,感受和兴趣,学生不会感到枯燥,使学生自主参与知识获得过程,问题的解决过程,让学生的学习兴趣大大的提高,同时也极大的促进了学生的学习能力。

## 一 三角函数的定义:

我们知道,实数集与角的集合之间可以建立一一对应关系,而一个确定的角又对应的唯一的正弦(余弦)值,由这个对应法则确定的函数叫正弦(余弦)函数,用  $y=\sin x(y=\cos x)$ ,他们的定义域都是实数集  $R$ 。

## 二 三角函数的图像

[1]三角函数的图像可以通过实验得到:

在高中数学教学中,三角函数的图像是塑料瓶底部扎一个小孔做成一个漏抖,再挂在架子上,做成一个简单的单摆,在正弦余弦的下方放一块纸板,板的中间画一条直线作为坐标系的横坐标,把漏抖灌上细沙并拉离平衡位置,放手使它摆动,同时匀速拉动纸板,这样就可以得到一个正弦余弦曲线。

[2]数学方法得到正弦余弦曲线

将单位圆均分成 12 等分,过圆上各分点作 X 轴的垂线,得到对应于  $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \dots 2\pi$ 。角的正弦线,相应地,再把 x 轴上从 0 到  $2\pi$  的这一段分成 12 等分,把 X 轴的正弦线向右平移,使它的起点与 X 轴重合,再把这些正弦线向右平行,使它的起点与 X 轴的点重合,再把这些正弦线的终点用光滑的曲线连接起来,就可以得到正弦函数的图像了。

[3]学生作正弦函数的图像时常采用的五点作图法。解题时常采用整体代换的思想。

## 三 三角函数的性质:

【周期性】由三角函数的图像可知三角函数是一个周期函数,并且最小的正周期为  $2\pi$ , 计算公式为:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

【定义域】正弦函数的定义域为  $R$ 。

【单调性】正(余)弦函数的图像在  $R$  上是一个连续的无限延展波浪形状的数学图像,  $y=\sin x$  单调递增区间为  $[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$ , 单调递减区间为  $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$ ;  $y=\cos x$

的单调递增区间为  $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi]$ , 单调递减区间为  $[2k\pi, 2k\pi + \pi]$ 。在求解正(余)弦函数的单调性时一定要保证表达式中  $\omega$  的系数为正,但系数为负数时要先提出一个系数来,变成  $y=-\sin x$ , 单调性与原来函数相反,余弦函数的单调性与原来函数相同。

【奇偶性】正弦函数为奇函数,图像关于原点对称,余弦函数为偶函数,图像关于 Y 轴对称。

【最值】正弦函数和余弦函数的图像都夹在  $Y=1$  和  $Y=-1$  之间,对于  $y=\sin x$ , 在  $x=\frac{\pi}{2} + 2k\pi$  时取得最大值为 1, 在  $x=-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$  时取得最小值为 -1; 对于  $y=\cos x$ , 在  $x=2k\pi$  时取得最大值为 1, 在  $x=-\pi + 2k\pi$  时取得最小值为 -1。

## 四 三角函数 $Y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ 的解析式

求解三角函数的解析式在高考中有重要的意义,主要有以下几个方面: A 等于函数的最大值减最小值的二分之一;求 W 前必须先求周期 T, 而一个简谐运动中四段为一个周期,依据函数的

图像可以求解出 T, 即又因为  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , 可以求出 W 的值,  $\varphi$  要用五点法来进行求解, 主要是设第一点:  $\omega x + \varphi = 0$ , 第二

点设  $\omega x + \varphi = \frac{\pi}{2}$ , 第三点设  $\omega x + \varphi = \pi$ , 第四点设  $\omega x + \varphi = \frac{3\pi}{2}$ ; B 等于函数的最大值加最小值的二分之一。

## 五: 三角函数 $Y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ 中求解问题。

$Y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$  中求解周期, 单调性, 最值, 对称性, 主要的方法就用整体代换, 即将  $(\omega x + \varphi)$  看成一个整体, 将  $Y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$  换成  $Y = A \sin X + B$  型的形式, 利用标准的  $Y = \sin X$  的图像和性质来进行求解, 但问题就来了, 在具体求解的三角函数中, 往往不会给你  $Y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$  的形式, 是需要转换为标准形式, 一般情况下利用以下几种方法将转换为标准形式, (1) 利用和差角公式, (2) 利用二倍角正弦公式, (3) 利用正余弦函数的升角降幂公式, (4) 利用三角恒等变换公式:  $a \sin \chi + b \cos \chi = A \sin(\omega x + \varphi)$ , 利用以上四种方法将三角式子换成标准形式  $Y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ , 就可以求解了。

总之:三角函数这章的知识面比较广, 问题具有一定的复杂性, 需要记忆和理解知识多, 而且还要灵活的运用涉及的公式, 需要通过总结复习, 对所学的理论进一步强化, 应做好错题记录本和练习本, 了解自身的不足, 并对自身的不足进行反思, 完善, 找到适合自己的学习方法, 做到举一反三, 养成反思的好习惯, 最终实现高效学习。教师在教学过程中要帮助学生掌握正确而科学的学习方法, 能让他们终身受益, 古人云:“授人以鱼, 不如授人以渔。”我要求学生根据相关的问题要主动的去查询资料, 然后去整理利用这些信息来设计恰当的学习活动, 有助于学生掌握知识和能力要求。

## 参考文献:

- [1]彭雨韵,《关于高中学习的心得体会》
- [2]章建跃, 普通高中课程实验教材人教版。
- [3]《中学生报·教研周刊》知网查询方法 <http://cnki.net>。