

折纸与数学

◆赵义平

(天津市河东区天铁第一中学 天津 056404)

摘要:基础教育课程改革的目标:强调形成积极主动的学习态度;关注学生的学习兴趣和经验;倡导学生主动参与、乐于探究、勤于动手,培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力……基于此,新课改的教科书中逐步增加了观察、探究、思考等内容,并把折纸作为数学学习的一种方法纳入到数学教学、学生探究中。折纸让数学变得直观形象,而数学又为折纸提供了理论依据,数学与折纸密不可分。

关键词:折纸;数学;方法;几何概念

引言:

著名教育家陶行知先生在一次演讲中做过这样一个实验:他按住公鸡的头,强迫它吃米,鸡只叫不吃;掰开鸡的嘴,把米硬往鸡嘴里灌,大公鸡还是不肯吃。陶先生松开手,自己后退了几步,公鸡就自己吃起米来。这时陶先生开始演讲:“我认为,教育就跟喂鸡一样!强迫学生去学习,他是不情愿学的,即使学也是食而不化。但是,如果让他自由地学习,那效果将一定会好得多!”台下一片掌声。陶先生一语道破了有效学习的方法。

一、如何有效地调动学生的积极性,让学生自觉主动学习,成为今天课改的主题。基于此,新的教科书逐步增加了观察、探究、思考等内容。折纸这种让学生既动手又动脑、让学生亲身经历积极参与问题的思考和分析的过程作为一种方法提了出来。立体图形的平面展开图,线段的比较,如何找线段的中点、角的平分线等都可以通过折纸的方法直观表现出来。折纸的应用不容小视。

荷兰数学教育家汉斯·弗赖登塔尔认为:“数学来源于现实,存在于现实,并且应用于现实,教学过程应该是帮助学生把现实转化成数学问题的过程”。《数学课程标准》也指出:“从学生已有的生活经验出发,让学生亲身经历将现实问题抽象成数学模型并解释与应用的过程,进而使学生获得对数学的理解……。”折纸正是满足了这种要求,为学生提供了真实的问题情景,通过学生的亲身经历,很容易找到问题的解决方法。

二、通常的折纸从正方形折起,一个正方形变形为一个盒子;变形为一只鸟;变形为一座宝塔;变形为一个花篮……。在创作折纸图形时,折纸能手是由一张正方形的纸开始的,然后运用他们的想象、技巧和决心,变形为任意的形状。一个正方形之所以可以选为折纸的初始单元,现在分析起来是因为与矩形和其他四边形相比,它有四条对称轴;而虽然圆和有些正多边形有更多的对称轴,但它们又缺少正方形所拥有的直角,这就使制作上造成了较大的困难。折纸的对象被创造出来后,留在正方形纸张上的折痕,表现出以下的数学概念:相似、轴对称、中心对称、全等、相似比、比例、以及类似于几何分形结构的迭代(在图案内不断地重复图案)。数学寓于折纸之中,不管折纸人的身份如何,对数学的了解总然会在折纸中增加人们的能力和创造力。

三、初中数学的图形重点以平面图形为主,辅以部分立体图形。其中一些定理的证明就用到了折纸法,最明显的例子就是三角形内角和的证明。如何把不在同一个的三角形的三个内角放在一起就成了本定理证明讨论的重点,其中首选是平移法;通过做平行线,把三个内角合在一起正好组成了一个平角来证明。也可利用折纸的方法,把三角形的三个内角沿某条对边折叠起来,很明显地构成一个平角,这种方法既简单又通俗,学生还特别容易理解。而对于轴对称和中心对称图形来说,折纸的优势更是显而易见的。因此教师在教学中如果能很好地应用好折纸这种方法,许多内容的传授是简单易行的。要想使学生能够真正掌握数学知识并解决实际问题,教师就必须要去引导学生去亲历知识发生、发展的过程,领会比教材本身更多的数学。

如题:点 M、N 为矩形 ABCD 一组对边的中点,将矩形的一角向内折叠,使点 B 落在直线 MN 上,得到落点 B' 和折痕 AE,并延长 EB' 交 AD 于点 F,猜想,△AEF 是什么三角形?并证明

你的结论。通过学生亲手折叠,我们很容易发现,点 B 和点 B' 关于直线 AE 轴对称,若连接 AB', 则 AB' 垂直平分 EF, △AEF 为等腰三角形,再加上 ∠BAE = ∠EAB', 所以 △AEF 为等边三角形。通过折叠,发现折痕 AB', 也就找到了本题的关键所在。

又如 2003 年天津市一道中考试题:在 △ABC 中,已知 AB 等于 2a, ∠A 等于 30 度, CD 是 AB 边的中线,若将 △ABC 沿 CD 对折起来,折叠后两个小 △ACD 与 BCD 重叠部分的面积恰好等于折叠前 △ABC 的面积的四分之一,有如下结论:(1) AC 边的长可以是 a; (2) 折叠前的 △ABC 的面积可以等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) 折叠后,以 A、B 为端点的线段 AB 与中线 CD 平行且相等。其中,正确结论的个数是 ()。

(A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

此题常见有两种解法,答案为 D。难度系数为 0.18,属于难题。本题通过几何图形的折叠问题,考查了学生在基本图形的运动、变化过程中,通过观察、分析、比较、判断、推理等思维活动,寻求几何基本元素及其关系的能力,同时也考查了分情况讨论的思想方法。小小的折叠考查出了学生好多的思维方法。

结语

折纸的应用不仅限于此,人们开始用一个纸(二维物体)来折一个形体(三维物体)或由扇形来折一个圆锥。如果折出新的东西,那么折纸的人就把这个形体摊开,并研究留在正方形纸上的折痕。这个过程明显地反映出空间中维数的变动。另外研究折纸的创作过程也极具启发性。这与新课程强调的体验性学习不谋而合。让学生在学习过程中用自己的身体去亲身经历,用自己的心灵去感悟学习,重视学生的直接经验,鼓励学生对教科书的自我解读,自我理解,尊重学生的个人感受和独特见解,进而促进学生的全面发展,这不仅是理解知识的需要,更是激发学生生命活力、促进学生成长的需要。实验证明,折纸用在今天的数学学习中的确能起到事半功倍的作用。折纸使得数学问题更加直观形象,同时数学又为折纸的内容提供了丰富的内涵,数学与折纸密不可分。

参考文献:

- [1]《走进新课程》朱慕菊主编,北京师范大学出版。
- [2]《2005 数学中考解析》天津市教育招生考试院主编,天津人民出版社。

