数形结合思想在高中数学学习中的应用分析

◆李彦君

（山东省青岛市黄岛区胶南第一中学 212 班　山东青岛　266400）

摘要：随着时代的发展变化，在当下高中数学的学习过程中，更重视对数学学科概念以及结论等产生的背景进行详细的分析，而数形结合作为数学四大思想方法之一，不仅符合当下对高中数学学习的重要理念，而且也是我们学生提高数学综合能力的基础。为此，在接下来的文章中，将围绕数形结合思想在高中数学学习中的应用展开分析，希望能够给相关人士提供重要的参考价值。

关键词：数形结合；高中数学

引言： 数学是一门具有较强逻辑性的学科，也是研究数量关系及空间图像的学科，对于高中生而言，数学知识非常枯燥，在学习的时候，难度比较大。而在实际学习过程中，应用数形结合思想，不仅能激发学生的学习兴趣，同时也利于学生对知识的学习与理解。

1.数形结合的运用原则

数学中最古老且最基本的研究对象，就是数和形，两者在一定的条件下可以互相转化。这种转化可正可逆，具有一定的循环性和连续性。数和形之间的这种联系被称之为数形结合。利用数和形这种对应的内在联系，我们学生在学习数形结合法时，又可以被分为两种，即以数解形和以形助数。利用数形结合，可以促使学生在遇到较为困难复杂的问题时，更快的抓住解题重点理清解题思路，从而提高数学学习效率。以几何图形和抽象数量为例，数形结合法可以将抽象复杂问题迅速实际简化，帮助我们更好地理解并掌握其本质。

1.1 双向性原则。双向性原则指的就是对几何图形进行直观分析的同时，还要对其代数抽象性进行分析。代数语言的逻辑性、精确性非常强，可以避免几何直观的约束性，充分突出了数形结合的优势。

1.2 等价性原则。等价性原则指的就是"数"的代数性质和"形"的几何性质在进行转化的时候，应该是等价的。因为图形局限性，导致在画图的时候，容易出现准确性不好的问题，影响了解题效果。为此，在数形结合应用过程中，一定要重视等价性原则。

2.数形结合思想在高中数学的应用分析

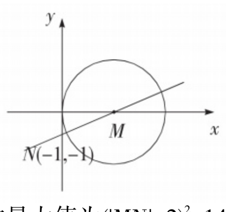
一些简单的函数求值问题可利用基本不等式、判别式法等进行求解，有一些难度较大的函数求值问题如果纯粹利用代数方法进行求解，不但无法顺利解决问题，反而会进一步加大难度。但此时如果利用数形结合思想解题，则可将复杂的代数关系转化为图形语言，有效提高解题效率。

2.1 在函数解题中的应用

已知 x、y 满足 $x^2+y^2-4x=0$，请问$(x+1)^2+(y+1)^2$ 的最值是多少？

分析：可将 $x^2+y^2-4x=0$ 化为$(x-2)^2+y^2=4$，那么(x，y) 就是表示圆心为 M(2，0)，半径为 2 的圆上任一点(如图 1).$(x+1)^2+(y+1)^2$ 表示为点 N(−1，−1) 到圆 M 上任意一点距离的平方。因为$|MN|=\sqrt{(2+1)^2+(0+1)^2}=\sqrt{10}$，

图一



所以$(x+1)^2+(y+1)^2$ 的最大值为$(|MN|+2)^2=14+4\sqrt{10}$，最小值为$(|MN|-2)^2=14-4\sqrt{10}$。在函数最值类问题的求解中，容易对两点间距离、导数等相关几何概念的掌握得不太好，限制我们学生数形结合思想的发挥. 这就需要我们学生自己多看习题多进行反复练习，以确保数形转换的顺利达成，提高解题效率。

2.2 在方程与不等式解题中的应用。对于某些方程和不等式，如果纯粹采用代数方法求解很难取得良好解题效果，但利用数形结合思想解题有时会产生意想不到的效果。

例 2 当 a 为何值时，方程 $2a^2x^2+2ax+1-a^2=0$ 的两个根在(−1，1)之间?分析显然 $a^2>0$，我们可根据已知方程式大体画出二次函数 $y=2a^2x^2+2ax+1-a^2$ 的图象(如图 2)，由图可知，要想二次函数图象与横轴相交的两个点在(−1, 1)之间，那么就必须满足以下条件:

$f(-1)>0$，

$F(-1/2a)\leqslant 0$，

$f(1)>0$

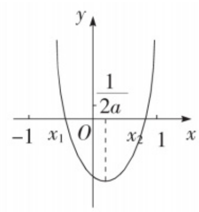
即

$(a-1)^2>0$，

$1/2-a^2\leqslant 0$，

$(a+1)^2>0$

图二



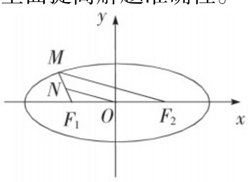
由此我们就可以推断出 a 的取值范围是 $a\geqslant\sqrt{2}$ 或 $a\leqslant-\sqrt{2}$ 且 $a\neq\pm1$。在方程的求解中，方程根的问题就是函数零点的问题，或者更为直接地将其理解为函数图象与 x 轴交点的问题。但面对此类问题时，许多高中生只想到运用传统的解方程方法进行解题，这样不仅计算繁杂，而且很容易走入无法解出的死胡同。

2.3 在解析几何解题中的应用

利用数形结合思想解决解析几何的问题，可大致分为三个步骤：第一步建立平面直角坐标系；第二步将几何条件转化为代数条件；第三步根据代数条件进行运算求解并用几何加以表示。例 3 点 M 是椭圆 $x^2/25+y^2/16=1$ 上的一点，它到焦点 F_1 的距离为 2，N 为 MF1 的中点，O 是原点，那么请问|ON|的长度是多少?

分析：假设椭圆的另一个焦点为 F2，那么就会得到 $|MF_1|+|MF_2|=2a$，其中 a=5，由此可得$|MF_2|=8$,因为点 N 和点 O 分别是 MF_1、MF_2 的中点，由图 3 可知 ON 为 MF_1F_2的中位线，因此可以确定|ON|的长度是 4。可见，在涉及距离、斜率、倾斜角等含有解析几何的概念时，我们完全可利用数形结合思想对其进行简化处理，进而全面提高解题准确性。

图三

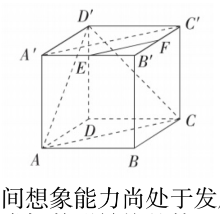


2.4 在立体几何解题中的应用。数形结合思想不仅在平面几何解题中发挥着重要作用，而且在立体几何解题中扮演着不可替代的角色。在进行立体几何解题时，如果只是单凭想象而不通过作图的话是很难完成的。

例 4 已知在正方体 ABCD−A'B'C'D'中，E、F 两点分别是 A'B'、B'C'的中点，求证 EF 与平面 ACD'平行。

分析：仔细观察图 4，由已知条件可知，EF 与 A'C'平行，又因为 AC 与 A'C'平行，所以可得 EF 与 AC 平行，而 AC 包含于 ACD'，EF 不包含于 ACD'，由此可得 EF 与面 ACD'平行。

图四



高中生的空间想象能力尚处于发展阶段，在进行立体几何解题时更需要我们掌握数形转换的技巧与方法，特别是对于立体几何中垂直、平行问题的处理，如果纯粹地采用代数方法是很难有效解决的。

结语： 在日常生活中，数学思想随处可见，数形结合思想由古至今都在数学问题上占了很大比重，运用数学思想能够让复杂的教学问题简单化，对于我们高中生来说，面对一些复杂的问题，在老师的引导下，也能够自己朝解题方法方面去想、去解决问题，不会局限于一种解题思路，多运用数学思想，自己的视野也能够更加开阔，思想能够得到深化，课堂效率能够得到很大程度的提高，认识问题与解决问题也更加全面，数学思想的很好运用能够在应试教育下脱颖而出，特别是对于当今的高考来说，数学问题贯穿于试卷的始终。

参考文献：

[1]王新锋.运用数形结合思想,深入探究两种高考"热点"图象[J].湖南中学物理,2018,33(12):94-95.