

浅谈“一题多解、一题多变”对学习数学积极性的影响

◆朱贵甫 张胜利 王建新 李莹莹

(濮阳市第一高级中学 河南濮阳 457000)

一道数学题,因思考的角度不同可以得到不同的解题方法,这有助于拓宽解题思路,提高学生分析问题的能力;一道数学题,通过变式分析可以得到一系列新的题目,甚至得到更一般的结论,有助于学生应变能力的提高和发散思维的形成。“一题多解、一题多变”,可以使学生更积极参与到课堂中来,从而激发学生对数学学习的兴趣和信心。下面我从这两个方面浅谈一下如何调动学生学习数学的积极性。

一方面,在课堂上通过“一题多解”的方法来吸引学生,充分发挥学生的主观能动性。所谓“一题多解”,即同一道题,多种解法。比如在课堂上讲开封市一模中的一道题,已知 $\triangle ABC$ 的内角 $A = \frac{\pi}{3}$, $AB=6$, $AC=4$, O 为 $\triangle ABC$ 所在平面上一点,满足 $OA=OB=OC$,设 $\overrightarrow{AO} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$,则 $m+n = \frac{11}{18}$

此题我先引导学生用建坐标系的方法做,以线段 AC 所在的直线为 X 轴,线段 AC 边上的高为 Y 轴建系,得出 A, B, C 三点的坐标,再利用外心的性质(三条垂直平分线的交点)和两条垂直平分线对应的直线方程求出点 O 的坐标,进而求出 m 和 n 的值。这种方法,不仅让学生知道可以用坐标系法解决向量问题,而且也复习了三角形外心的性质、垂直平分线方程的求法以及直线交点的求法等知识,让学生感觉到这道题的妙处和精髓所在。此时,又有几名同学说了其他求点 O 的方法,课堂气氛很快就活跃起来了。然后我又引导学生从向量的角度分析这道题,前面我们知道重心的向量公式,有没有一种外心的向量公式?接着,我就引导学生化简 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = ?$, $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = ?$,此时学生劲头很大,学生很快得出 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}^2$, $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}^2$,两式一结合可以得出 m 和 n 的值。这种方法,不仅让学生记住外心的向量公式,同时也复习了平面向量数量积的几何意义(投影)等知识。又比如另一道题,已知 M 为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 球面上的动点,点 N 为 B_1C_1 上一点,且 $2NB_1=NC_1$, $DM \perp BN$,若球 O 的体积为 $9\sqrt{2}\pi$,则动点 M 的轨迹的长度为 $\frac{3\sqrt{30}}{50}\pi$ 。此题答案所给的方法是过 DM 构造与 BN 垂直的平面,此平面与

球的截面对应的圆即为点 M 的轨迹。这种方法适合于数学程度特别好、空间想象能力特别强的学生借鉴使用,但优班学生中聪明的其实只占了少数,所以我给他们提供了一种更易理解的方法,采用建立空间直角坐标系的方法用垂直条件表示出点 M 的轨迹方程,当然它代表的是一个面,然后求出球心到此面的距离,进而求截面圆半径,实践表明学生更能理解这种方法。通过“一题多解”,有相当一部分学生意识到了听课的意义,它不仅可以使学生所学的知识融会贯通,而且还可以开阔学生的思路,培养学生的发散思维和创新思维,从而达到提高学生积极性的效果,尤其是优班学生。

另一方面,在课堂上通过“一题多变”的方法来吸引学生,充分发挥学生的主观能动性。“一题多变”则是指已知一道题的解题方法,由这道题进行变式训练,供学生思考与探讨。比如已

知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F_1 , O 为坐标原点, M 为 y 轴上一点,点 A 为直线 MF_2 与椭圆 C 的一个交点,且 $|OA| = |OF_2| = 2|OM|$,则椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 。此题大多数学

生依据 $|OA| = |OF_2| = \frac{1}{2}|F_1F_2|$ 看出焦点三角形为直角三角形从而解题。我则设 $\overrightarrow{MF_2} = \lambda \overrightarrow{AF_2}$, M 与 F_2 坐标均用 c 表示,进而 A 的坐标可以用 c 与 λ 表示,再用 $|OA| = c$ 这一条件得 A 的坐标用 c 表示,然后代入椭圆方程求解。之后我改了一下条件 $|OA| = 2c$,学生就会发现自己的方法行不通,更加理解课堂的意义,对老师更信任,面对数学也会更有信心。

通过课堂“一题多解、一题多变”的指导,开阔了学生的思维面,提高学生的知识迁移能力,增强学生的学习信心,学生的学习成绩也得到了大幅度提升。所教的班级在高三春节期末考试中,学生的平均成绩在140分左右,另有多名同学获得全国高中数学联赛一、二、三等奖,实现一高历史上数学竞赛的新突破。

本文系《高中数学教学中分层激发学生动机的策略研究》课题研究成果论文,课题编号:PYYG-XJKT-201817。

