

浅谈数学教学中的一题多解

◆周寅

(上海市西林中学 上海市金山区 201599)

摘要:随着新课改的进一步发展,要求我们数学教师在教学中不断拓展学生的思维,开拓学生的眼界,从而达到提高教学质量,教学效率的目的。但是,在实际的操作中我们该如何去做呢?作为一名八年级的数学教师,目前同学们遇到的多是几何证明的一系列题目,通过一题多解,可以开拓学生的思维,让学生在遇到几何证明时可以有方法,而不是无从下手。

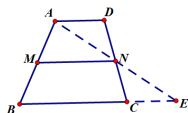
关键词:数学教学;一题多解;浅谈

在教学中,一题多解非常重要,尤其是数学教学中,更是起到非常重要的作用。在几何证明题中,一题多解的优势会体现的更加明显。比如说我前段时间上的一节和谐杯校级比赛课《梯形的中位线定理》。对于定理的证明我用了多种方法。

已知:如图,梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD \perp BC$, $AM = ME$, $DN = NC$

求证: $MN \parallel BC$ 且 $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$

方法一:首先我们从结论入手,我们看到 $MN \parallel BC$ 且 $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$ 这与我们的三角形中位线定理在形式上一致,所以想到用三角形的中位线定理来证明,但是题目中未给出三角形,所以我们想到通过添加辅助线的方法来构造三角形,因此连接 AN 并延长交 BC 的延长线于点 E ,通过证 $\triangle ADN \cong \triangle NCE$,得 $AN = NE$ 。由 $AM = ME$,则 MN 为 $\triangle ABE$ 的中位线,因此证得所需结论,除了连接 AN 来构造三角形,我们还可以连接 DM, BN, CM 来构造三角形。看到平行线以及中点,我们要想到构造基本图形八字形。



方法二:仍然构造三角形,但所作辅助线与方法一不一致。我们可以延长 BC 到 E 使 $CE = AD$,连接 AE ,则 AE 交 CD 于点 N' ,此时 N' 与 N 不一定是同一个点,所以我们想到用同一法证明 N' 与 N 是同一个点。证 $\triangle AN'D \cong \triangle EN'C$,此时 $DN' = CN'$,因为 N 是 DC 的中点, N' 是 DC 的中点,而 DC 的中点只能有一个,所以 N' 与 N 是同一个点。从而运用三角形的中位线定理进行证明。

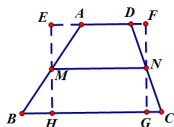
方法三:过点 M 作 AD 与 BC 的垂线 EH 交 AD 于 E ,交 BC 于 H 。

过点 N 作 AD 与 BC 的垂线 FG 交 AD 于 F ,交 BC 于 G 。

则在本图中有两个基本图形八字形,还有两个矩形,则 $MN = EF = HG$ 。又因为 $EF = EA + AD + DF = BH + AD + GC$ 所以

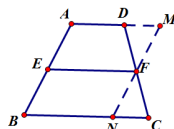
$$EF + HG = BH + AD + GC + HG = BC + AD.$$

所以 $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$ 。平行可由矩形得到。



方法四:过点 F 作 $MN \parallel AB$ 交 AD 延长线于 M ,交 BC 于点 N 。因为 $AD \parallel BC$ 所以四边形 $AMNB$ 是平行四边形,由基本图形八字形 $\triangle DMF \cong \triangle FNC$ 所以 $DM = NC$ 从而 $BF = AM = BN$ 。

$$\text{所以 } EF = \frac{1}{2}(AM + BN) = \frac{1}{2}(AD + DM + BN) = \frac{1}{2}(AD + BC)$$



从结论寻找解题策略

在解题时我们教师要引导学生通过一题多解的方法地去思考,方法一和二是从结论入手,看到与三角形的中位线定理的形式一致。从结论入手再回到已知条件,探索我们所需的各个条件,这样就可以有的放矢,有针对性的找出各个知识点之间的关联,层层推导,从而获得我们所需的结论。大部分学生在做数学几何证明题时,面对复杂的题型往往束手无策,这种现象的发生往往是因为学生在解题时按照题目发展的正方向进行思考,从而来寻找题目的解题方法,忽略了反方向思考,尤其是一些特殊类型的几何证明问题,从结论往回推导,会使许多问题简单化。

从结论入手是建立在对一些已知判定和一些性质的总结的基础上的,因此我们在平时教学时不仅自己要总结和归纳,还要引导学生掌握总结和归纳的方法。

从已知条件寻找解题策略

我们在数学证明过程中还可以从已知条件入手,方法一、二、三、四中我们都是已知平行和中点的前提条件下构造基本图形八字形,然后证全等从而得出结论。平行加上中点可以推导出基本图形八字形;平行加上等腰三角形可以推导出角平分线,平行加上角平分线推导出等腰三角形,从已知条件入手,在图中标出相关的信息,由相关的信息之间的联系推导出一些已知的结论,再结合图形中一些其他的知识点以及已知信息,证得我们所需的结论。对于一些简单的证明题来说,我们在一边读题一边审题的过程中就能由已知条件得出很多重要的结论,甚至我们还能得出证明的结果。培养学生的读题和审题能力渗透在我们平时教学的一言一行中。

从基本图形寻找解题策略

我们证明过程中还可以从图形入手,在本题中用到了三角形题型以及八字形,平行四边形,矩形等一些基本图形。由已知条件我们要学会观察图形,图形中有一些基本图形,而这些基本图形具备了一些基本图形所具备的性质以及重要的结论。因此在教学中我们要培养学生良好的观察图形的习惯,使学生逐步养成通过图形思考的习惯。刚开始要求学生观察图形,学生可能不理解,不明白老师为什么要让他们这么做,但是我们可以通过一些实际的例子让学生感受到观察图形的好处,让学生学会按照步骤认真观察图形并对题目进行分析。

通过一题多解,当学生有思路时,我们作为教师要有反应的空间,教师不会拿到一个题目就措手不及,课堂是复杂多变的,我们教师在课前备课时不一定能想到学生所想到的所有的方法。所以当学生提出一个新的问题时,我们要有反应的空间和时间,也就是说当课堂出现预想不到反应时,我们老师能够及时的回应,而不会刻意的绕过这个题目,直接就不讲了。同学们还可以将所学习的知识延伸出去,在遇到其他题目的时候,提出这样的问题:我们是不是也可以用这样的方法来解决,而不是固有思维,局限在一种固定的方法和思维中,由难化简,不仅提高了效率,又节约了时间。

在数学教学中,通过一题多解,不仅可以提高教学效率,还能提高教学质量,作为一名青年教师,在教学中,我还需要不断的学习,不断的积累,在自己人生教学道路上,向着自己的目标前进,脚踏实地的做好每一个环节。当回首自己的教学生涯时,虽然中间有坎坷,但更多的是努力,是自己激励自己前进的动力。