

论“两段法”求加速度的优点

◆练世尊

(汕尾市林伟华中学)

摘要:高中物理必修一在“测定匀变速直线运动的加速度”的学生实验中,要求利用“逐差法”计算纸带的加速度。许多教辅资料中也出现利用“逐差法”处理纸带加速度的方法,这引起了物理教师对“逐差法”的讨论,许多刊物也发表了相关的论文,笔者阅读了这些论文后,发现用“逐差法”计算加速度并不是最理想的方法,故写此文,与同仁交流。

关键词:加速度;逐差法;两段法;误差;优化

高中物理利用纸带计算加速度主要有五种方法:

利用 $a = \frac{\Delta s}{T^2}$ 求加速度

利用 $a = \frac{\Delta s}{T^2}$ 和 $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$ 求加速度

利用“逐差法” $\bar{a} = \frac{(S_4 + S_5 + S_6) - (S_1 + S_2 + S_3)}{9T^2}$ 求加速度

利用“两段法” $a = \frac{\Delta s}{T^2} = \frac{S_{\text{后三段}} - S_{\text{前三段}}}{T^2}$ 求加速度

利用 V-T 图像求加速度

这五种方法中,绝大多数资料都提倡利用“逐差法”计算纸带加速度,认为这是最好的处理方法。但本人经过研究发现利用“逐差法”不但不能减小误差,反而增大实验误差,计算纸带加速度最好的方法是“两段法”。本文从两个方面来研究:第一、计算加速度方法的推导、比较论证。第二,实践验证“两段法”的优点。

一、计算加速度方法的推导、比较论证

方法一:利用 $a = \frac{\Delta s}{T^2}$ 求加速度

若采用方法一,即 $a = \frac{\Delta s}{T^2}$ 求加速度,由于计算过程中只用两组测量数据,偶然误差太大,不能减小实验误差。

方法二: $a = \frac{\Delta s}{T^2}$ 和 $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$ 求加速度

若采用方法二:即 $a = \frac{\Delta s}{T^2}$ 和 $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$ 求加速度,公式推导如下:

$$a = \frac{\Delta s}{T^2} \text{ 得: } a_1 = \frac{s_2 - s_1}{T^2} \quad a_2 = \frac{s_3 - s_2}{T^2} \quad a_3 = \frac{s_4 - s_3}{T^2}$$

$$a_4 = \frac{s_5 - s_4}{T^2} \quad a_5 = \frac{s_6 - s_5}{T^2}$$

得加速度的平均值:

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} = \frac{\frac{s_2 - s_1}{T^2} + \frac{s_3 - s_2}{T^2} + \frac{s_4 - s_3}{T^2} + \frac{s_5 - s_4}{T^2} + \frac{s_6 - s_5}{T^2}}{5} = \frac{s_6 - s_1}{5T^2}$$

$$\frac{s_6 - s_1}{T^2} = \frac{s_6 - s_1}{5T^2}$$

由推导过程看来,这种方法好像是利用多次测量取平均值的方法减小了实验误差,但仔细分析公式,我们不难看出,这种求加速度的方法实际上也只用了 S_1 、 S_6 两组数据,其它四组数据 S_2 、 S_3 、 S_4 、 S_5 在计算过程中均被消去了,实际代入公式的测量数据也只有两组,与方法一求加速度没什么区别,偶然误差大,也不能减小实验误差。

方法三:利用“逐差法”: $\bar{a} = \frac{(S_4 + S_5 + S_6) - (S_1 + S_2 + S_3)}{9T^2}$ 求加速度

由于方法一、二都无法减小偶然误差,那么许多资料便介绍了“逐差法”。“逐差法”是针对自变量(时间 T)等量变化,

因变量(位移 S)也做等量变化时,所测得有序数据等间隔相减后取其逐差平均值得到的结果。其优点是充分利用了测量数据,具有对数据取平均的效果。“逐差法”的推导过程如下:

若把 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 、 S_5 、 S_6 分成 S_1 、 S_2 、 S_3 和 S_4 、 S_5 、 S_6 两组,则有

$$s_4 - s_1 = (s_4 - s_3) + (s_3 - s_2) + (s_2 - s_1) = 3aT^2$$

$$\text{写成 } s_4 - s_1 = 3a_1T^2 \text{ 同理 } s_5 - s_2 = 3a_2T^2$$

$$s_6 - s_3 = 3a_3T^2$$

$$\text{故 } a_1 = \frac{s_4 - s_1}{3T^2}, a_2 = \frac{s_5 - s_2}{3T^2}, a_3 = \frac{s_6 - s_3}{3T^2}$$

则

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{\frac{s_4 - s_1}{3T^2} + \frac{s_5 - s_2}{3T^2} + \frac{s_6 - s_3}{3T^2}}{3} = \frac{(s_4 + s_5 + s_6) - (s_1 + s_2 + s_3)}{9T^2}$$

由公式看出,“逐差法”将 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 、 S_5 、 S_6 各组实验数据都利用了,有效地减小了仅由两个位移测量带来的偶然误差,提高了测量精度。由公式可见,逐差法要求所得 S 的个数必须为偶数,若为奇数段,则化奇为偶,舍去最短的一段,因为距离越短,相对误差大。我们认真观察“逐差法”的表达式可以发现:

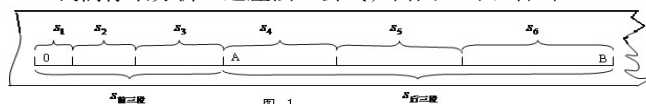
由公式

$$\bar{a} = \frac{(S_4 + S_5 + S_6) - (S_1 + S_2 + S_3)}{9T^2} = \frac{(S_4 + S_5 + S_6) - (S_1 + S_2 + S_3)}{(3T)^2} \text{ 可知,应}$$

用此公式必须测量 6 组位移的数据,显然测量带来的偶然误差很大,并不能减小实验误差。那应该怎样提高测量精度,减小误差呢?

方法四:“两段法”测量加速度

我们仔细分析“逐差法”公式,由图 1 可以看出



式中 $(S_4 + S_5 + S_6)$ 即为图 1 中最后连续 $3T$ 内的一段位移,

式中 $(S_1 + S_2 + S_3)$ 即为图 1 中前连续 $3T$ 内的一段位移;

若将 $S_1 + S_2 + S_3$ 三段看作一整段,此整段时间为 $3T$,

将 $S_4 + S_5 + S_6$ 三段看作一整段,此整段时间也为 $3T$;

即 $(S_1 + S_2 + S_3)$ 与 $(S_4 + S_5 + S_6)$ 为连续相等时间 ($3T$) 内的两段位移。

由匀变速直线运动的推论: $\Delta S = aT^2$ 得:

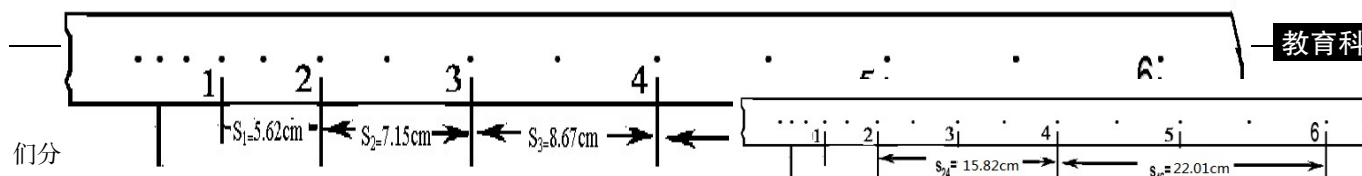
$$a = \frac{\Delta s}{T^2} = \frac{S_{\text{后三段}} - S_{\text{前三段}}}{(3T)^2} = \frac{(S_4 + S_5 + S_6) - (S_1 + S_2 + S_3)}{(3T)^2}$$

这与“逐差法”的公式一样,且利用“两段法”计算加速度,测量两组数据即可,有效地减小测量带来的偶然误差,且两点间距离可采用多次测量取平均值的方法来减小偶然误差。由此可知利用“两段法”计算加速度比利用“逐差法”计算加速度,相对误差要小得多。

方法五:利用 V-T 图像求加速度

利用 V-T 图像求加速度,其实是利用匀变速直线运动的推

论: $v_{t/2} = \bar{v}$, $\bar{v} = \frac{s}{t}$, 分别求出每个记数点的瞬时速度,然后再通过作 V-T 图像,利用图线与时间轴的斜率即为纸带的加速度。但计算繁琐,故它也不是求加速度的最好方法。



汕尾本地重力加速度约 $g=9.788 \text{ m/s}^2$				
方 法		公 式	计算结果	相对误差
$\Delta S=aT^2$		$a_1 = \frac{S_2 - S_1}{T^2}$	9.56 m/s^2	2.3%
$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{4}$		$a = \frac{S_5 - S_1}{T^2}$	9.66 m/s^2	1.3%
“逐差法”	去首段 (最短)	$\bar{a} = \frac{(S_4 + S_5) - (S_2 + S_3)}{4T^2}$	9.67 m/s^2	1.2%
	去中段	$\bar{a} = \frac{(S_4 + S_5) - (S_2 + S_1)}{6T^2}$	9.63 m/s^2	1.6%
	去末段	$\bar{a} = \frac{(S_4 + S_3) - (S_2 + S_1)}{4T^2}$	9.55 m/s^2	2.4%
“两段法”	去首段(最短)	$a_1 = \frac{S_{46} - S_{24}}{(2T)^2}$	9.77 m/s^2	0.2%
	去末段	$a_1 = \frac{S_{35} - S_{13}}{(2T)^2}$	9.69 m/s^2	1.0%
	去首段 (最短)	$a = \frac{V_5 - v_3}{\Delta T} = \frac{\frac{S_{46}}{2T} - \frac{S_{24}}{2T}}{2T}$	9.77 m/s^2	0.2%
	去末段	$a = \frac{V_4 - v_2}{\Delta T} = \frac{\frac{S_{35}}{2T} - \frac{S_{13}}{2T}}{2T}$	9.69 m/s^2	1.0%
利用 V—T 图像	舍去不符合要求的点		9.78 m/s^2	0.1%

由实验数据处理精度可以看出,计算纸带加速度,相对误差最大的是方法一、第二是方法二,第三是“逐差法”,精确度最高的是利用 $v-t$ 图上直线的斜率求加速度,但计算繁琐。而“两段法”便于学生理解掌握,并且公式简单、易记,便于运算,并可以快捷求得计算结果,同时减小测量偶然误差,达到很好的处理数据的效果,且可利用多次测量取平均值的方法来减小偶然误差,故“两段法”是求加速度的最好方法。

因此,本人认为教师在讲解处理纸带求加速度时务必提倡使用“两段法”,这既节约计算时间,又提高了实验结论的精确性,并且要提醒学生在利用“两段法”求加速度时,若为奇数段,则

应该剔除最短的一段,这样相对误差会更小一些。

参考文献:

- [1]金翊;采用“一次逐差法”处理实验数据的物理内涵[J];工科物理;2014年01期
- [2]左安友,余兰山,李兴鳌;再论用逐差法处理实验数据[J];大学物理实验;2017年02期

作者简介:练世尊:(1983.08-),男,广东陆河人,研究方向:中学物理