

基于发生教学法的导数概念教学设计

◆吕亚男 吕端良

(山东科技大学基础课部 山东泰安 271000)

摘要:本文基于发生教学法,遵循导数概念的创造和应用的最自然的方式,从概念的导入、概念的剖析、概念的应用三个维度进行导数概念的教学设计。

关键词:发生教学法;导数;教学设计

概念是构筑学科理论体系的基础。不同的学科,对概念有不同的定义表述,但其共性是对事物本质属性的概括。对于数学概念而言,则是事物在数量关系和空间形式方面的本质属性,是人们通过实践,从研究对象的许多属性中,抽象出其本质属性概括而成的^[1]。

高等数学作为一门古老而经典的数学学科,其大多数概念既具有高度的抽象性和概括性,也蕴含着丰富的历史文化和哲学思想。毋庸置疑,教好高等数学要从重视概念教学开始。只有概念的根基扎实,才有可能建造数学学科的万丈高楼。

本文以导数概念为例,研究发生教学法在导数概念教学中的运用,给出基于发生教学法的导数概念教学设计。

一、发生教学法概述

1.发生教学法的基本原理

发生教学法的原理是学科教学的方法应当尽可能地基于以科学知识内在的在自然的方式和方法。也就是教学必须跟随知识发展的顺序^[1]。对于高等数学的概念教学而言,就是要遵从数学概念创造和应用的最自然的方式。通俗来说,就是讲解概念时要让学生见证概念的起源。但是也要注意,见证起源不是简单的照搬历史,而是教师在研究数学史、通晓学科发展历程的基础上,进行数学概念再创造的过程。

2.基于发生教学法的教学框架构建

基于发生教学法的基本原理,在进行概念教学框架构建时,首先对所讲授的概念进行数学史分析、数学逻辑分析、学生的心理认知分析以及概念的应用领域分析;然后依据概念教学的必要性、直观性、关联性、应用性原则,从概念的起源、几何特征、新旧知识的关联以及应用等方面,考虑如何激发学生的学习兴趣,增进学生对概念的理解;最后按照 Why-What-How(简称 WWW)三个步骤进行具体的教学设计。

二、导数概念的教学设计

(一)导数概念的导入,注重讲清“为什么”(Why)

在国内大部分高等数学的教材中,关于导数概念的引入,一般采用通过两个不同领域的引例抽象出导数的定义的模式。比如,在同济版的高数教材^[2]中,借助物理学引例“变速直线运动的瞬时速度”和几何学引例“曲线的切线”;在某些经济数学的教材^[3]中,再结合经济学引例“产品总成本的变化率”等。虽然教材中的引例是从历史或者应用的角度提炼而来的,但是仍然缺乏对导数概念的起源的介绍。所以,要让学生彻底明白为什么要研究导数,需要教师在教学设计时,进行导数的数学史分析,从历史发展的角度,带领学生见证导数的起源。

在介绍导数的起源时,可以从讲清楚引例从何而来入手。比如,为什么要研究“曲线的切线”?这是由于17世纪30年代,光学透镜的设计以及炮弹弹道轨迹的计算,促使数学家们对曲线的切线进行研究^[4]。而物理学引例“变速直线运动的瞬时速度”则是源于机器大工业以及力学的发展。借助多媒体课件,向学生展示17世纪工业技术发展的图片、科学进步的文献资料等,会进一步激发学生对导数概念学习的兴趣。

(二)导数概念的剖析,注重多维度分析“是什么”(What)

在经过为什么研究导数的激发后,引导学生积极探索,让学生明白导数的概念是如何建立起来的。

1.从宏观上介绍导数的发展历程。

导数的发展历程其实就是微积分的发展史。从费马使用的无穷小量,到牛顿的流数以及莱布尼茨引入增量,再到由“无穷小”引发的第二次数学危机,最后到19世纪严格的极限理论(以柯西为代表)和严格的实数理论(以威尔斯特拉斯为代表)

的创立,使得微积分的基础得以稳固,第二次数学危机得以化解。从宏观上让学生了解导数在微分中的地位,并且从中可以得到重要的启示:微积分的逻辑顺序是“实数理论→极限理论→微积分”,但是其历史发展顺序却恰恰相反^[5]。

2.从微观角度剖析导数的概念。

从教材中的引例入手,引导学生探索引例的分析方法,寻找不同问题的共性,然后抽象概括得到导数的定义——函数值增量与自变量增量的比值,当自变量增量趋于零时的极限。而导数的本质是通过极限的概念对函数进行局部的线性逼近,即一个变量随某个变量变化时的变化率^[4]。

3.从直观上进一步阐述导数的概念。

从形式化角度给出导数的概念之后,学生可能仍未深刻理解导数的概念。因此,再从导数的几何意义入手,从直观上进一步阐述导数是什么。从直观上来讲,函数在一点处的导数就是函数曲线在该点处的切线斜率;函数在一点处可导就是函数曲线在该点有切线;而函数在区间上可导,就是函数曲线在该区间上的每一点都有切线。进一步,有了切线斜率和切点,就可以利用点斜式方程写出曲线的切线方程,进而得到法线方程。

4.从关联性角度剖析导数的概念。

导数作为通过极限定义的一个新的概念,引导学生思考:导数与极限、连续等概念之间的关系。导数涉及到增量比值的极限,连续也涉及到增量的极限,那导数与连续之间是什么关系呢?一方面从定义角度推导可导必连续,再举反例说明连续未必可导。另一方面从几何图像上来展示连续和可导的关系。

分析了可导与连续的关系之后,结合之前已经建立的连续与极限的关系,自然可以得到“可导连续极限存在”,但是反之均不成立。通过类比归纳,可以进一步加深学生对导数概念的理解。

(三)导数概念的应用,注重讲清如何用(How)

多维度的剖析了导数的概念之后,还应引导学生探讨导数的应用。第一,可以从定义入手得到计算导数的第一种方法——定义法,并且可以借助左右导数与导数的关系判定分段函数分界点的可导性。第二,可以将导数的应用与学生的专业知识相结合。比如,对于经管类学生,可以将导数对应到边际分析、弹性分析中。第三,可将导数与生活实际相结合。比如,高速公路测速器实际上检测的就是瞬时速度,复兴号动车组的最高时速也是指瞬时速度。通过导数的应用,进一步加深学生对导数概念的理解,最终内化为自身对概念的图式。

三、结束语

教学实践证明,发生教学法在导数概念教学过程中收到良好效果。由此以点带面,可以将发生教学法运用到高等数学课程的其它核心概念,以及线性代数和概率论与数理统计等课程的概念教学中。

参考文献:

- [1]朱琳.基于发生教学法的线性空间概念的教学研究[D].上海:华东师范大学理工学院数学系,2017:11-12.
- [2]同济大学数学系编.高等数学(第六版)上册[M].北京:高等教育出版社,2007:77-79.
- [3]顾静相.经济数学基础[M].北京:高等教育出版社,2014:56-58.
- [4]杜瑞芝.数学史辞典新编[M].济南:山东教育出版社,2017:591.
- [5]顾沛.数学文化[M].北京:高等教育出版社,2008:122-128.

作者简介:

吕亚男,1982年1月,女,汉族,山东淄博人,硕士,讲师,研究方向:高等数学教学研究。

吕端良,山东科技大学基础课部。

基金项目:本文系山东科技大学优秀教学团队支持计划(编号:JXTD20180509);2018群星计划教育教学改革项目(编号:QX2018M91)。