

巧用几何知识，破解磁场问题

冯云周

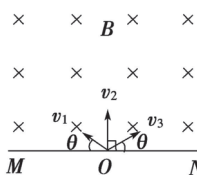
河北隆尧第一中学 河北 邢台 055350

摘要：高中物理有关带电粒子在洛伦兹力作用下在磁场中做匀速圆周运动的问题，是物理问题与数学方法很好的一个结合点，因是历年考试的热点。但是，这种题目灵活多变，方法性强，对空间构想能力以及数学几何运算能力要求较高，因而难度较大。笔者从事高中物理教学多年，总结出了一些方法，以帮助同学们学习和进步。下面是他的一点心得体会，希望对大家有所帮助！

关键词：磁场；几何知识；临界与极值

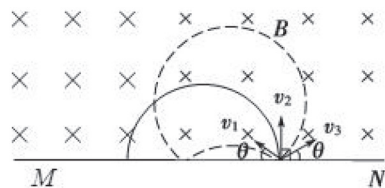
首先，让我们从一道简单的题目说起吧！

【题目1】在真空室中，有垂直于纸面向里的匀强磁场，三个质子1、2和3分别以大小相等、方向如图所示的初速度 v_1 、 v_2 和 v_3 经过平板MN上的小孔O射入匀强磁场，这三个质子打到平板MN上的位置到小孔O的距离分别是 s_1 、 s_2 和 s_3 ，不计质子重力，则有()



- A. $s_1 > s_2 > s_3$ B. $s_1 < s_2 < s_3$
C. $s_1 = s_3 > s_2$ D. $s_1 = s_3 < s_2$

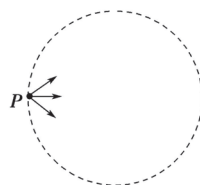
分析后不难发现，本题的正确答案应是D。本题正确答案的得出，其实是源于一条十分简单而直观的几何知识：半径一定的圆内最长的弦是它的直径。本题中，垂直于平板MN射入磁场中的那个质子，向右转过半个圆周后又垂直打在MN上，落点与O点间的距离是直径，故而与入射点O相距最远，如图。



将本题中所用的想法进一步提炼拓展，可得出如下结论：在磁场中沿不同方向发射速度大小相同的同种带电粒子，即粒子的轨迹圆半径相同时，粒子在任一方向上能够达到的最远点离发射点的距离等于轨迹圆的直径。而要做到这点，只须让粒子垂直于这个方向发射即可！

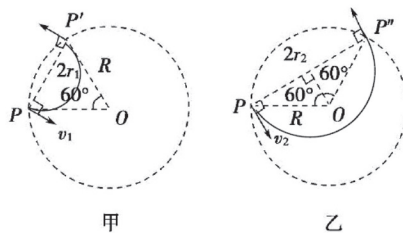
下面，我们用这一结论再来分析一题：

【题目2】(2017·全国卷II) 如图所示，虚线所示的圆形区域内存在一垂直于纸面的匀强磁场，P为磁场边界上的一点，大量相同的带电粒子以相同的速率经过P点，在纸面内沿不同的方向射入磁场，若粒子射入的速度为 v_1 ，这些粒子在磁场边界的出射点分布在六分之一圆周上；若粒子射入速度为 v_2 ，相应的出射点分布在三分之一圆周上，不计重力及带电粒子之间的相互作用，则 $v_2 : v_1$ 为()



- A. $\sqrt{3} : 2$ B. $\sqrt{2} : 1$
C. $\sqrt{3} : 1$ D. $3 : \sqrt{2}$

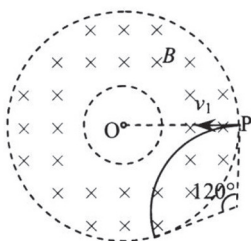
【解析】带电粒子垂直匀强磁场入射，做匀速圆周运动，入射点与出射点也均在轨迹圆的圆周上，其连线是轨迹圆的一条弦。当粒子以速度 v_1 入射时，入射点P与最远的出射点P' (与P点相邻的磁场区域圆的六分之一等分点) 的连线PP'必为相应轨迹圆的直径 $2r_1$ ，而粒子也必然是垂直于该直径入射的，如图甲所示。设圆形区域的半径为R，由几何关系知 $r_1 = \frac{1}{2}R$ 。



同理可得，粒子以 v_2 入射及出射情况，如图乙所示。由几何关系知 $r_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}R$ ，可得 $r_2 : r_1 = \sqrt{3} : 1$ 。又因为 m 、 q 、 B 均相同，由公式 $r = \frac{mv}{qB}$ 可得 $v \propto r$ ，所以 $v_2 : v_1 = \sqrt{3} : 1$ 。故本题选C。

最后，我们用上面的那个结论分析一道磁场中的临界极值问题。

【题目3】如图所示，真空中，垂直于纸面向里的匀强磁场只在两个同心圆所夹的环状区域存在(含边界)，两圆的半径分别为 R 、 $3R$ ，圆心为O。一重力不计的带正电粒子从大圆边缘的P点沿PO方向以速度 v_1 射入磁场，其运动轨迹如图，轨迹所对的圆心角为 120° 。若将该带电粒子从P点射入的速度大小变为 v_2 时，不论其入射方向如何，都不能进入小圆内部区域，则 $v_1 : v_2$ 至少为



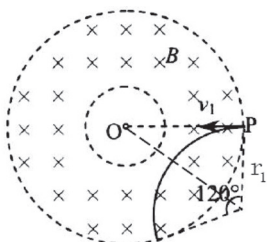
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

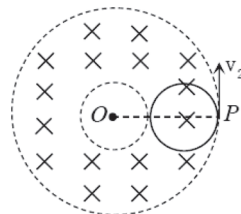
D. $2\sqrt{3}$

【解析】当粒子从 P 点沿 PO 方向以速度 v_2 入射时，如图：



由几何知识得： $r_1 = \frac{3R}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}R$ ，又 $qv_1B = m\frac{v_1^2}{r_1}$ ，解得：

$v_1 = \frac{\sqrt{3}qBR}{m}$ ；当粒子从 P 点以速度 v_2 入射，相当于从 P 点开始向左飞行去“够”左边的小圆区域，其中垂直于 PO 方向向上射入磁场的粒子向左“够”的距离最远，为其轨迹圆的直径。如果我们让这样的粒子恰好不能进入小圆区域，那么沿其他方向入射的粒子都将不能进入小圆区域，即不论粒子入射方向如何，都将不能进入小圆区域，如图：



此时粒子轨道半径 $r_2 = R$ ，由 $qv_2B = m\frac{v_2^2}{r_2}$ ，解得：

$v_2 = \frac{qBR}{m}$ ，则： $v_1:v_2 = \sqrt{3}$ ，故 B 正确。

可见，熟练而巧妙地运用几何知识，是成功解决带电粒子在磁场中的圆周运动问题的决定性环节。因此，我们平时一定要注意数学几何知识的学习与积累，为顺利解决物理问题打好基础。

