

浅谈诗词在数学教学中的应用策略

——做有诗和远方的数学教育教学

陈妮妮

湖南省永州市第四中学 湖南 永州 425000

摘要: 数学家华罗庚先生说“大哉数学之为用”，大到宇宙，小到基本粒子都要用到数学，数学是有用的，数学拥有至真之美。但在高中数学教学中，抽象的数学知识如何引出，精准的概念定理如何理解，深奥的数学思想如何渗透，理性的数学精神如何传承等等问题，拦住了一部分学生探寻真理的脚步。为探讨解决以上问题，本文结合具体案例和核心素养要求，让“至美”的诗词走进“至真”的数学课堂，浅谈诗词在数学教学中“润物细无声”般的教学策略，传授知识，传承文化，做有诗和远方的数学教育教学。

关键词: 诗词；美；数学；核心素养

On the application strategy of poetry in mathematics teaching

—To do mathematics education and teaching with poetry and distance

Chen Nini

The Fourth Middle School of Yongzhou City, Hunan Province, Yongzhou, Hunan, 425000

Abstract: Mr. Hua Luogeng, a mathematician, said that “mathematics is useful”, as big as the universe and as small as elementary particles. Mathematics is useful, and mathematics has the beauty of truth. But in high school mathematics teaching, abstract How to elicit mathematical knowledge, how to understand precise concepts and theorems, how to penetrate profound mathematical ideas, and how to inherit rational mathematical spirit, etc., have hindered some students from exploring the truth. In order to discuss and solve the above problems, this article combines specific cases and core Literacy requirements, let the “extremely beautiful” poetry enter the “extremely true” mathematics classroom, talk about the “moisturizing and silent” teaching strategy of poetry in mathematics teaching, impart knowledge, inherit culture, and be poetic and distant Mathematics education and teaching.

Key words: poetry beauty mathematics core literacy

诗词“以美启真”，数学“以真启美”，在学生数学思维“最近发展区”，将诗词与数学教学进行恰当的融合，在数学知识导入的“兴趣点”，在数学知识形成的“关键点”，在数学思想渗透的“关节点”，在数学知识运用的“发散点”，让学生自己去发现，去理解，去感悟，具体分为以下几点：

一、诗词为导，激发学生学习兴趣

(一)“妙”——诗词中的“数”

[案例1] 选择性必修2的4.1《数列的概念》^[1]的导入，以宋代诗人邵雍《山村咏怀》为背景材料。“一去二三里”中抽象出数字1, 2, 3; “烟村四五家”中抽象出数字4, 5; “亭台六七座”中抽象出数字6, 7, “八九十枝花”中抽象出8, 9, 10, 从而组成一列数1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 并结合其他例子，抽象出数列的概念，借助诗词激“趣”，培养学生数学抽象核心素养。

(二)“美”——诗词中的“几何”

[案例2] 必修2的8.4.2《空间点、直线、平面之间的位置关系》^[2]的导入，以唐代诗人杜甫的七言绝句《绝句》为背景材料。“两个黄鹂”指代空间的两个“点”；“一行白鹭”形成了一条“线”；“千秋雪”，皑皑白雪，经过千年，形成“平面”；“万里船”指代“空间几何体”。此诗中点动成线，线动成面，着色艳丽，声形兼具，四句诗不仅组成一幅咫尺万里的壮阔山水画卷，借助诗词育“美”，同时培养学生直观想象核心素养、数学抽象核心素养。

(三)“智”——诗词中的“问题”

[案例3] 必修2的6.1.1《向量的实际背景与概念》^[2]的导入，以唐代诗人李白的七言绝句《早发白帝城》为背景材料。课前：让学生集体朗诵《早发白帝城》前两句，“朝辞白帝彩云间，千里江陵一日还”，打开地图，以白帝城为中心画圆，千里之外是长安？渝州？还是江陵？学生困惑中，大诗人李白如此不严谨吗？要确定前往江陵，还需要方向！引入数量和平面向量的概念。课尾：让学生集体朗诵“滚滚长江东逝水”，“两岸猿声啼不住，轻舟已过万重山”，恍然大

悟：李白乘舟沿着长江水滚滚东去，目的地正是江陵！此诗中隐藏的位移正是我们本节课的向量，借助古诗词启“智”，培养学生数学抽象、逻辑推理核心素养。

二、诗词为线，突破教学重点、难点

[案例4] 必修1的3.2.1《函数的单调性》^[3]教学过程中有两个难点，第一个难点是如何将定性语言转化成定量的不等式语言，在增函数的定义中，定性语言如“函数值随着自变量的增大而增大”，定量不等式语言如“ $x_1 < x_2, f(x_1) < f(x_2)$ ”，在减函数的定义中，定性语言如“函数值随着自变量的增大而减小”，定量语言如“ $x_1 < x_2, f(x_1) > f(x_2)$ ”；第二个难点是如何理解“ $\forall x_1, x_2 \in D$ ”中的“任意”。

以二次函数 $f(x) = x^2$ 为例进行研究，画出它的图象，并配上陶渊明的诗句。当学生看到y轴右侧图象从左到右是上升的，即当 $x > 0$ 时，y随x的增大而增大，学生会自然读出“勤学如春起之苗，不见其增，日有所长”，即勤学就像春苗，虽然看不见增长，但“时时”都在“成长”，即 $x_1 < x_2, f(x_1) < f(x_2)$ (突破难点一)

同时以此为知识生长点，连环三追问：

追问1：如果 $1 < 2, f(1) < f(2)$ ，函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 单调递增吗？

(类比“一曝十寒”回答)

追问2：无数 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ ， $x_1 < x_2, f(x_1) < f(x_2)$ ，函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$

是增函数吗？(类比“功亏一篑”回答)

追问3：所有的(任意的、都) $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ ， $x_1 < x_2, f(x_1) < f(x_2)$ ，函数 $f(x)$

在 $[0, +\infty)$ 是增函数吗？(类比“孜孜不倦”回答)(突破难点二)

讲完了增函数的定义，应用类比的思想，课堂留白，学生在“辍学如磨刀之石，不见其损，日有所亏”的谆谆劝学中，给出减函数符号表示。于是水到渠成给出 $f(x) = x^2$ 单调性判断规则，然后用规则再判断函数 $f(x) = |x|$ ，

$f(x) = -x^2$ 各有怎样的单调性? 最后给出单调性的定义。

诗词的融入, 弥补了“例-规”法教学的不足, 以诗词为线, 让学生的新知和已有经验连成一线, 使得课堂教学化抽象为具体, 突破重难点, 同时培养学生数学抽象、直观想象、逻辑推理、数据分析、数学建模核心素养。

此外, 以诗词为线, 在突破教学重难点的过程中, 可以用“只在此山中, 云深不知处”启迪学生探究寻找零点的方法; 可以用“人有悲欢离合, 月有阴晴圆缺”, “离离原上草, 一岁一枯荣”刻画函数的周期性, 触发情感共鸣; 同时还可以引导学生创作诗词: “顺序可任意, 平移要注意。常常是平移, 周期再振幅”, 以此梳理整合正弦曲线到函数 $y = A\sin(\omega x + \rho)$ 图象的六种变换方式等等。

三、诗词入题, 渗透数学思想方法

[案例 5] 若 $AB \cap \alpha = B, A \notin \alpha, a \subset \alpha, B \notin a$, 则直线 AB 与 a 具有怎样的位置关系? 为什么?

引入宋代诗人苏轼《琴诗》作为分析材料, “若言琴上有琴声, 放在匣中何不鸣”, 如果匣中有琴声, 放在箱子中为什么不发声? “若言声在指头上, 何不于君指上听”, 如果声音是从手指上发出, 人们为什么不在手指上听呢? 这首《琴诗》从结论的否定入手, 寻找其成立的条件, 得出与已知条件或已知定理、公理等相矛盾的命题, 引入反证法的解题思路。培养学生逻辑推理、数据分析能力。

解: 直线 AB 与 a 是异面直线。

(反证法) 若直线 AB 与直线 a 不是异面直线, 则它们相交或平行。

设它们确定的平面是 β , 则 $B \in \beta, a \subset \beta$ 。由于经过点 B 的直线与直线 a 有且仅有一个平面 α , 因此平面 α 与 β 重合, 从而 $AB \subset \alpha$, 进而 $A \in \alpha$ 。

这与 $A \notin \alpha$ 矛盾。所以直线 AB 与 a 是异面直线。

[案例 6] 已知数学 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2 - a_n} (n \in N^*)$, 计算 a_2, a_3, a_4 , 猜想其通项公式, 并证明你的猜想。

计算可得 $a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 1$, 再结合 $a_1 = 1$, 由此猜想: $a_n = 1 (n \in N^*)$ 。①

如何证明这个猜想呢?

我们放弃了西方用模型“多米诺骨牌”的证明方法, 因为多米诺骨牌是有限的, 并不足够完美, 那么有完美的模型来证明数学归纳法吗?

我们引入老子《道德经》作为模型分析, “道生一, 一生二, 二生三, 三生万物”, 可以从有限到无限, 而且是“生”出来的! 那么怎么生出来的呢?

我们再引入《愚公移山》作为模型进行分析, 愚公对搬走门前大山有着充分的自信, 愚公认为他本人能够生育后代, 且第 n 代能生育第 $n+1$ 代, 则愚公自己家族是无限的。^[4] 于是, 数学归纳法的核心思想自然生成。

从《道德经》的“三生万物”, 愚公的“生生不息”, 到“野火烧不尽, 春风吹又生”, 东方经典的无限观一直和“生”连在一起, 终于使得西方的数学归纳法不再神秘。数学归纳法的一步检验, 不过是进行能不能“生”的检验而已, 同时培养学生数学抽象、逻辑推理、数据分析、数学运算、数学建模核心素养。

四、诗词为线, 传承数学理性精神

[案例 7] 选择性必修 2“今有良马驾马发长安至齐, 齐去长安三千里。良马初日行一百九十三里, 日增十三里。驽马初日行九十七里, 日减半里。良马先至齐, 复还迎驽马。问几何日相逢?”(刘徽《九章算术》)^[1]

解法 1: 引入王国维诗词“昨夜西风凋碧树, 独上高楼, 望尽天涯路”, 给出魏晋时期数学家刘徽《九章算术》中的“盈不足术”^[6] 求解方法。

假设 $t = 15$, 则 $\left[193 \times 15 + (1 + 14) \times \frac{14}{2} \times 13 \right] + \left[97 \times 15 - (1 + 14) \times \frac{14}{2} \times \frac{1}{2} \right] = 5662.5$ (里), 不足 337.5 里。

假设 $t = 16$, 则 $\left[193 \times 16 + (1 + 15) \times \frac{15}{2} \times 13 \right] + \left[97 \times 15 - (1 + 15) \times \frac{15}{2} \times \frac{1}{2} \right] = 6140$ (里), 盈余 140 里。

$$\begin{pmatrix} 15 & 16 \\ 337.5 & 140 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{维乘}} \begin{pmatrix} 15 \times 140 & 16 \times 337.5 \\ 337.5 & 140 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{相并}} \begin{pmatrix} 15 \times 140 + 16 \times 337.5 & 15 \times 140 + 16 \times 337.5 \\ 337.5 + 140 & 337.5 + 140 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{实如法而一}} \frac{135}{191} \text{ (相遇天数)}$$

解法 2: 引入王国维诗词“衣带渐宽终不悔, 为伊消得人憔悴”, 给出南宋数学家杨辉《九章算术·商功》中的“垛积术”求解方法。

假设 $t = 15$, 则 $\left[193 \times 15 + (1 + 14) \times \frac{14}{2} \times 13 \right] + \left[97 \times 15 - (1 + 14) \times \frac{14}{2} \times \frac{1}{2} \right] = 5662.5$ (里), 不足 337.5 里。

假设 $t = 16$, 则 $\left[193 \times 16 + (1 + 15) \times \frac{15}{2} \times 13 \right] + \left[97 \times 15 - (1 + 15) \times \frac{15}{2} \times \frac{1}{2} \right] = 6140$ (里), 盈余 140 里。

良马第 16 天日行 $193 + 13 \times 16 = 388$ (里/天), $97 - 0.5 \times 15 = 89.5$ (里/天),

第 16 天相遇的时间为 $\frac{337.5}{388 + 89.5} = \frac{135}{191}$ (天), 总计 $15 + \frac{135}{191} = 15 \frac{135}{191}$ (天)

解法 3: 引入王国维诗词“众里寻他千百度, 蓦然回首, 那人却在灯火阑珊处”, 给出数列相关性质的求解方法。

良马每天的行程成等差数列, 劣马每天的行程成等差数列, 根据等差数列的性质, 两马每天行程之和 $\{a_n\}$ 依然是等差数列, 其中 $a_1 = 193 + 97 = 290$, 第 n 天相遇, 则 $S_n = 6000$ 。即 $290n + \frac{n(n-1)}{2} \times 12.5 = 6000, n = \frac{\sqrt{147529} - 227}{10} \approx 15.71$ (天)

联系解法 1, 解法 2 和解法 3, 有人说: $n = \frac{\sqrt{147529} - 227}{10} \approx 15.71 \neq 15 \frac{135}{191} \approx 15.7068$, 解法 1 和解法 2 是近似解, 解法 3 是精确解, 你认为呢? (“欲穷千里目, 更上一层楼”)

我国教育家陶行知先生说“接知如接枝”, 从魏晋刘徽《九章算术》中的“盈不足术”, 到北宋沈括“隙积术”, 再发展到南宋杨辉《九章算术·商功》中的“垛积术”, 直到今天“数列”理论, 将富含数学问题、心路历程的诗词融入数学课堂, 嫁接现代教育理念, 传承数学理性精神, 让学生在数学学习中思考有逻辑, 推理有依据, 同时参悟古人智慧, 坚定爱国情怀, 树立远大理想。

人们常说“四季如诗, 诗如四季”, 数学何尝不是。在学生思维的“最近发展区”内, 融合恰当的, 对学生数学思维有适度启发的古诗词, 使得数学课堂在数学知识导入的“兴趣点”上, 在数学知识形成过程的“关键点”上, 在运用数学思想解决问题的“关节点”上, 在数学知识应用的“发散点”上, 引导学生观察、发现、感悟诗词的美, 数学的美, 不仅体会古诗词中诗人的喜怒哀乐, 家国情怀, 亦感受地理之广博, 数学之精微, “润物细无声”中提升学生数学抽象、直观想象、逻辑推理、数据分析、数学运算、数学建模核心素养。

本文为: 省协会课题名称: 《做有诗和远方的教育教学》研究成果、省协会课题编号: XJKX21B390

参考文献:
[1] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中教科书数学选择性必修第二册 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2019 (44).
[2] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中教科书数学必修第二册 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2019 (2).
[3] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中教科书数学必修第一册 [M]. 北京: 人民教育出版社, 2019 (76).
[4] 张奠宙. 愚公移山和数学归纳法 [J]. 中学数学月刊, 2017 (000) 010: 45.