

浅谈数学中的一些生活元素与教学思考

姜德烁

(百色学院数学与统计学院 广西百色 533000)

【摘要】 数学既是自然科学中的一门基础性学科,又与人类社会的生产生活有着千丝万缕的联系。本文从现代数学的一些分支学科、数学思想、数学概念、课程教学等角度探讨数学与人类生活之间的一些联系,进而使读者对此有一个更好的了解与认识,同时也希望对我们的教学予以一定的启示和借鉴。

【关键词】 生产与生活;高等数学;数学思想;数学概念;课程教学

DOI: 88888888888888888888888888888888

数学是自然科学中的一门基础性学科,它不但为现代科学的许多领域,如物理学、生物、经济、工程技术、天文学、军事、医学等提供了强有力的理论支撑和技术支持,而且与我们的生活密切相关。

在许多人看来,数学不是一门很难学的科目,而且枯燥乏味,在提到数学时想到的总是繁琐的运算和抽象的推理。也有许多人认为数学只是一门基础性的学科,在生活中没什么用处。其实不然!现在的数学,已经远远超出了这一认知的范围,并涉及到生产生活的方方面面,以及自然科学的诸多学科。

我们知道,自然科学体现的是对自然界的探索与改造,而数学则是自然科学的基础。自然科学的诸多领域与数学都有着密切的联系,而且数学本身也体现了对自然界的探索。数学中的许多问题、概念甚至数学的许多分支,它们都来源于我们的生活或者与之密切相关。反之,数学也为我们的生产生活提供了坚实的理论支撑。也正因数学与生活之间的这种千丝万缕的联系,我们不能对其一一尽述,这样不但麻烦,也似乎不太可行。因此本文我们仅从几个较为熟悉的方面对该问题作一探讨,以与大家交流。

1、微积分与生活

实际上,许多的数学分支都是来源于人类的生产实践活动。有的是在长期的实践活动中归纳总结而来,有的是由于生产实践活动的推动进而发展起来的。微积分的诞生也是如此,它与人类社会的许多实践活动如天文观测、军事、物理研究等密切相关。

人们对自然现象(如太阳东升西落、春夏秋冬四季的更替等)的好奇与探索最终推动了天文学的诞生。在16-17世纪,天文学成为科学界的重要研究课题之一。而当时激烈争论的一个问题是“地心说”与“日心说”到底哪个正确^[1-2]。许多科学家对此展开了研究与探讨,甚至为捍卫自己的观点还献出了宝贵的生命,如布鲁诺等。希腊数学家和天文学家克劳狄乌斯·托勒密和第谷·布拉赫是地心说的拥护者,他们也做了大量的工作。德国数学家和天文学家约翰内斯·开普勒(1571-1630)则是日心说的支持者和验证者。开普勒在第谷天文观测数据的基础上,以“日心说”为假设,经过大量的数据推理和计算提出了著名的开普勒三定律^[3-4]。其中的开普勒第二定律是说,在相等时间内,太阳和运动着的行星的连线扫过的面积都是相等的。要计算行星扫过的面积,用以前的数学知识已经很难准确地解决,这就需要新的理论和方法,实际上就是我们现在所熟知的微积分。另外,行星运动时近日点与远日点的确定,需要用到函数极值,这也是微积分理论的研究内容之一。从这里我们可以看到,天文研究的需求是微积分得以创建的一个重要推动力。

天文学的发展,也间接促进了物理学和几何学的发展。出于天文研究的需要,望远镜成了必不可少的工具。而望远镜镜片的制造,则需要考虑光线入射的角度,从而涉及到法线、切线等相关的计算。我们知道,这其实就是现在微分几何的重要研究内容之一。

军事斗争的需求是促成微积分诞生的另一个重要因素。诺贝尔发明了炸药,虽然他很不情愿,但这一人类历史上最伟大的发明之一还是不可避免地被应用于军事领域,应用到战争中来,进而制造出了大炮、导弹、鱼雷等武器。而在制造这些武器时,为了尽可能打的更远一些,需要研究炮筒等与地面夹角的变化对射程的影响。从数学的角度看,这其实是一个求最值的问题。这样一类问题的解决,实际上也涉及到微积分的知识(导数理论及应用)。

微积分理论创建之后,它又广泛应用于天文观测、力学、经济学、工程技术、航空航天等诸多高科技领域,使人类社会的发展得到了飞速的提升,产生了巨大的影响力。正如冯诺依曼对其的评价:“微积分是现代数学的第一个成就,而且怎么评价它的重要性都不为过。”

2、微分几何与生活

在微分几何的发展史中,高斯是一个有着举足轻重地位的创始人。他的著作《关于曲面的一般研究》奠定了内蕴微分几何的基础。而这部著作的出现,则与高斯的一项工作密切相关。1818年,高斯开始主持一项大地测量工作。这项工作的内容,一方面是测量,另一方面还需对测得的数据进行计算与分析进而绘制出所需的地图。这其中涉及到的一些问题^[5],诸如如何将三维的地球表面“保持形状地”映射到二维的平面地图上(即我们现在所知的保形映射)、大地椭球面到平面和球面的映射(即微分几何中的保角映射)、大地测量中的测地坐标导致的各种测地坐标系等,给了高斯很大的启发。对这些问题的研究最终促成了这部微分几何中最重要的基本文献的完成以及曲面内蕴微分几何的诞生。从中,我们可以很直观地感受到曲面内蕴微分几何的诞生与高斯大地测量活动之间的关系。

现在,微分几何及其方法已经越来越多地被应用于人类社会生产实践的许多领域,尤其是科学与技术领域,如非线性系统的研究^[6]、工程技术^[7]、机械设计^[8]、航空航天^[9,10]等。

3、数学思想与生活

数学中也蕴含着许多深刻的思想,如转化的思想、数形结合的思想、归纳的思想等等。这些思想,对于我们处理数学中的许多问题可以起到非常有效的作用。同样,对于生活中遇到的许多问题,也有着非常积极的作用,可以为我们解决问题带来很大的方便。如转化的思想,它在数学中其实相当的普遍。利用它我们可以把问题从一种形式转化为另外的形式,使困难的、不易于处理的问题变得简单、可行。如定积分计算中的换元法^[11],它是利用变量代换等方法把不常见的或不易于计算的定积分转化为一些我们熟悉的、较易于处理的定积分,从而起到一种化难为易的效果。

有些数学分支或课程,也蕴含着转化的思想,如解析几何。解析几何的思想,是通过建立坐标系,在点与有序的数组之间建立起一一对应的关系,进而把图形的几何问题转化为其方程的代数问题,利用代数的思想和方法进行解决。一般来说,几何的问题比较抽象,不易于处理,而代数的问题则更便于运算,易于处理。这样,就可以起到一种化难为易的效果。

这样的思想,其实也可以应用于我们日常的生活中来,并起到积极的指导和促进作用。如转化的思想,它本质上是把我们不熟悉的、不易于处理的问题转化为我们熟悉的、利用已有方法可以处理或易于处理的问题。在生活中,我们则可以利用它把一些消极的事情转化为积极的事情,把负面影响转化为行动的动力。比如,学生违纪了或是学习不用功,出现懈怠情绪,作为老师我们可能会对其批评或做出一定的警示、惩戒等。当然,惩戒方式的选取也是有讲究的,要有利于学生的学习、进步,而不能是体罚或是经济上的罚款等行为。这时,我们可以考虑给学生适当布置一些习题、练习题

等,一方面可以起到警示的作用,让学生认识到所犯的错误并改正,另一方面也让学生把所学的知识重新温习一遍,加深理解。或者,我们也可以先给学生定一个目标,比如参加竞赛并获得一定的奖项;参加社会实践活动并取得较好的效果等等。如果学生能做到这些,也可以不进行其它形式的处罚了。但有时,学生会因为认识不足而感到委屈,以为处罚就是老师对他们不好,要为难他们。这时我们就要对其进行疏导,让他们能正确看待这样的事情。批评是为了让他们更好地认识到错误并及时改正,以免在今后的学习和工作中再犯。而一些必要的措施不但可以让他们加深对问题的认识,而且可以当作是对他们的考验、一次进步的机会。如果能让学生认识到这一点,并进而激发出学习的兴趣、劲头,最终取得一些有意义的成果,这样学生的错误和老师的教导、惩戒就变成了学生进步的催化剂,坏事变成了好事。

生活中遇到挫折、困难甚至是失败时,也不要气馁。每一次失败,都是经验的积累,是一次学习、试错的过程。它不一定使我们直接找到问题的答案,但却能让我们看到不足,发现问题,排除掉不正确的选项等等。这样,可以让我们离成功更进一步。爱迪生发明电灯失败了一千多次,但他其实并未把我们认为的失败当成是失败,因为每一次所谓的失败都让他有所收获。一次次的失败让他排除了一个个的可能性,最终,他找到了那个正确的、合适的答案。从这里,我们不但看到了爱迪生那种锲而不舍的钻研精神,还可以看到他化不利因素为前进动力的积极思想。这些都是我们学习的榜样,会让我们受益良多。所以,不能简单地将失败看作是对自己的打击、挫折,而要把它看作成功路上的阶梯。这样,思想的转变将引领我们走向成功。

古语有云:“福兮祸所依,祸兮福所伏”,这里面其实也蕴含着相互转化的思想。世界上的许多事都是如此,毕竟事物总是具有多面性的。

4、数学概念的起源与生活

日常生活中的小发现通常可带给我们灵感与启迪,从而得到科学上的重大发现或发明。一个典型例子是牛顿通过观察苹果落地发现万有引力定律。而根据该定律,牛顿得出许多行星的运动规律,解释了月球运动中的二均差、出差等现象以及彗星的运动轨道和地球上的潮汐现象,并且成功地预言并发现了海王星。在数学中,也有类似的故事。笛卡尔受到蜘蛛结网的启发发明坐标系,进而创建解析几何即为其中之一。

我们知道,笛卡尔是法国17世纪著名的数学家,他在数学上最重要的贡献之一就是创建了解析几何,被认为是解析几何之父。而作为解析几何中最基本的概念之一,坐标系的诞生其实也来源于他对生活中一件小事情的观察与思考^[12]。一天,笛卡尔在床上躺着休息时,看到屋顶角上的一只蜘蛛正在拉网,于是想到了正在思考的问题,即如何把几何图形的点与满足方程的一组数联系起来。他把蜘蛛看作一个点,这个点可以上下左右运动,而蜘蛛的每一个

位置可以用一组数来确定。实际上,他发现屋子里相邻的两面墙和地面交出了三条线,因此把墙角作为起点,把交出来的三条线作为三根数轴,从而空间中的每一点和三根数轴上有顺序的三个数之间就可以建立起一一对应的关系。在此基础上,笛卡尔发明了平面和空间直角坐标系,进而创建了解析几何。

小小的蜘蛛网,促成了数学史上的伟大发明之一,这不禁令人感慨!通过这个故事,我们能够感受到从日常生活中的一般现象观察得出事物的特性,进而创建出新的数学工具甚至是数学分支学科的奇妙。而善于观察、善于思考,则可以使我们的思路更开阔,从而取得科学上的重大突破。

5、在教学中融入生活元素

在我们小时候,刚接触数和数的运算时,这些概念都是比较抽象的,而老师则是从生活中的一些常识入手,一步步带我们走进数学这座伟大的殿堂。 $1+1=2$,但为什么等于2?刚入学的毛孩子会这么想。于是,老师会给我们演示,一根筷子加一根筷子,是几根筷子?有一只小鸡,又来了一只小鸡,一共有几只小鸡?这些,我们都知道,或者可以通过数数得出来。类似地还有,一只粉笔加一只粉笔,是几只粉笔等等。慢慢地,我们就明白了 $1+1=2$ 的含义,明白了数的加减法是怎么回事。再往后,又会引入分数、负数等等。为什么要引入分数呢?因为要用到。比如,把一个西瓜均匀地分成4份,那每一份在整个西瓜中占的比重是多少呢?类似的还有很多,如两只小鸡的重量相同,还有一个2斤重的鹅,三只家禽的总重量为5斤,那一只小鸡的重量为多少?像这样的问题,用前面学过的自然数已经不能准确描述,需要引入新的数,从而就有了分数的概念。如果一个城市位于海平面上100米,我们会说它的海拔为100米。那如果一块陆地处于海平面以下100米,那它的海拔是多少呢?或者说如何表述呢?类似地,如果气温在零下10摄氏度我们如何用10来表示,那如果在零下10摄氏度呢,该如何表示呢?像这样的问题,用自然数和分数或者小数等都不能准确表示了。于是,就有了负数。这样,随着问题的需要,一步步引出了各种形式的数,最终形成了完备的实数体系及复数体系。在教学的过程中,如果不与生活中的问题相结合,而只是单纯的讲各种数字及运算,那对学生来说是很难理解,很难接受的。

高等数学里面的许多概念,也是从生产实践中归纳总结出来或者与某些实际问题密切相关的,如极限(圆的面积)、连续性(温度的变化)、导数(运动物体的即时速度、曲线的曲率等)、积分(变速直线运动的路程、行星扫过的面积、旋转体的体积等)、多元函数(商品的价格与影响因素之间的关系)、曲线积分(曲线型构件的质量、变力沿曲线做功问题、转动惯量)等。在讲解时,要注重理论与相应实际问题的结合,这样才可激发出学生的学习兴趣,进而顺利、愉快地接受。在^{[13][14]}中,我们也讨论了这方面的一些内容,希望能对大家有所帮助。

参考文献

- [1] 周应龙.“日心说”引起的哲学思考[J]. 娄底师专学报,1993,9(2):61-66.
- [2] 卢昌海. 太阳的故事——地心说VS日心说[J]. 现代物理知识,2010,22(05):20-24.
- [3] 马同学. 微积分的历史(一),起源之背景[EB/OL].(2017-5-18)[2020-8-20].<https://zhuanlan.zhihu.com/p/26855264>.
- [4] 沈启正. 开普勒三大定律[J]. 科学24小时,2014(04):28.
- [5] 刘建新. 从高斯到黎曼的内蕴微分几何学发展[D]. 西北大学博士学位论文,2018.
- [6] 杨喆. 基于微分几何的非线性系统动力学分析与控制研究[D]. 大连理工大学硕士学位论文,2019.
- [7] 梁栋,张聪正,刘菁,陈磊,陈红霞. 基于高斯曲率模态相关系数的梁桥支座损伤识别研究[J]. 地震工程与工程振动,2020,40(2):23-32.
- [8] 李旭,顾永正,吴森. 基于微分几何的掘进机工作机构运动学分析[J]. 煤炭学报,2016(12):3158-3166.
- [9] 屈高敏,李继广. 基于微分几何方法的飞翼无人飞行器解耦飞行控制[J]. 火箭与制导学报,2018,38(2):116-122.
- [10] 秦英. 现代微分几何方法在飞机控制系统中的应用[D]. 西北大学硕士学位论文,2003.
- [11] 同济大学数学系. 高等数学(上)[M]. 北京:高等教育出版社,2018.
- [12] 百度百科. 笛卡尔(法国哲学家、数学家和科学家)[EB/OL].[2020-8-30].<https://baike.baidu.com/item/%E7%AC%9B%E5%8D%A1%E5%B0%94/85475>.
- [13] 姜德烁. 点集拓扑课堂教学的几点体会[J]. 教育教学论坛,2013(42):134-135.
- [14] 姜德烁. 高等数学教学的几点思考与体会[J]. 教育现代化,2020,7(49):101-105.