Educational and teaching research, 教育教学研究 (14)2022,4
ISSN:2705-1277(Online); 2737-4130(Print)

哥德巴赫猜想和冰雹猜想的证明

唐荧辉

（广东省交通技术学校　广东　广州　510000）

摘　要：哥德巴赫1742年给欧拉的信中哥德巴赫提出了以下猜想：任一大于2的整数都可写成三个质数之和。但是哥德巴赫自己无法证明它，于是就写信请教赫赫有名的大数学家欧拉帮忙证明，但是一直到死，欧拉也无法证明。因现今数学界已经不使用“1也是素数”这个约定，原初猜想的现代陈述为：任一大于5的整数都可写成三个质数之和。(n>5：当n为偶数，n=2+(n-2)，n-2也是偶数，可以分解为两个质数的和；当n为奇数，n=3+(n-3)，n-3也是偶数，可以分解为两个质数的和)欧拉在回信中也提出另一等价版本，即任一大于2的偶数都可写成两个质数之和。建立在偶数都可以写成2个奇数之和的理论上证明哥德巴赫猜想。
关键词：冰雹猜想；强哥德巴赫猜想

Proof of goldbach’s conjecture and hail conjecture

Tang Yinghui

(Guangdong Transportation Technical School, Guangzhou, Guangdong 510000)

Abstract: In his letter to Euler in 1742, Goldbach proposed the following conjecture: any integer greater than 2 can be written as the sum of three prime numbers. But Goldbach himself could not prove it, so he wrote to Euler, the famous mathematician, for help. But Euler could not prove it until he died. Since the convention that“ 1 is also a prime number ”is no longer used in the mathematical world, the modern statement of the original conjecture is that any integer greater than 5 can be written as the sum of three prime numbers. (n>5: when n is an even number, n=2+(n-2), n-2 is also an even number, which can be decomposed into the sum of two prime numbers; When n is an odd number, n=3+(n-3), n-3 is also an even number, which can be decomposed into the sum of two prime numbers.) Euler also proposed another equivalent version in his reply, that is, any even number greater than 2 can be written into the sum of two prime numbers. Based on the theory that even numbers can be written as the sum of two odd numbers, the Goldbach conjecture is proved.
key word: Hail conjecture; strong Goldbach conjecture

1. 哥德巴赫猜想

哥德巴赫 1742 年给欧拉的信中哥德巴赫提出了以下猜想：任一大于 2 的整数都可写成三个质数之和 。但是哥德巴赫自己无法证明它，于是就写信请教赫赫有名的大数学家欧拉帮忙证明，但是一直到死，欧拉也无法证明。 因现今数学界已经不使用“1 也是素数”这个约定，原初猜想的现代陈述为 ：任一大于 5 的整数都可写成三个质数之和。(n>5 ：当 n 为偶数，n=2+(n-2)，n-2 也是偶数，可以分解为两个质数的和 ；当 n 为奇数，n=3+(n-3)，n-3 也是偶数，可以分解为两个质数的和) 欧拉在回信中也提出另一等价版本，即任一大于 2 的偶数都可写成两个质数之和。今日常见的猜想陈述为欧拉的版本。把命题 " 任一充分大的偶数都可以表示成为一个素因子个数不超过 a 个的数与另一个素因子不超过 b 个的数之和 " 记作 "a+b"。1966 年陈景润证明了 "1+2" 成立，即 " 任一充分大的偶数都可以表示成二个素数的和，或是一个素数和一个半素数的和 "。

今日常见的猜想陈述为欧拉的版本，即任一大于 2 的偶数都可写成两个素数之和，亦称为“强哥德巴赫猜想”或“关于偶数的哥德巴赫猜想”。

从关于偶数的哥德巴赫猜想，可推出 ：任何一个大于 7 的奇数都能被表示成三个奇质数的和。后者称为“弱哥德巴赫猜想”或“关于奇数的哥德巴赫猜想”。若关于偶数的哥德巴赫猜想是对的，则关于奇数的哥德巴赫猜想也会是对的。2013 年 5 月，巴黎高等师范学院研究员哈洛德 · 贺欧夫各特发表了两篇论文，宣布彻底证明了弱哥德巴赫猜想。

2. 猜想提出

1742 年，哥德巴赫给欧拉的信中提出了以下猜想 ：任一大于 2 的整数都可写成三个质数之和。但是哥德巴赫自己无法证明它，于是就写信请教赫赫有名的大数学家欧拉帮忙证明，然而一直到死，欧拉也无法证明。

因现今数学界已经不使用“1 也是素数”这个约定，哥德巴赫猜想的现代陈述为 ：任一大于 5 的整数都可写成两个质数之和。(n>5：当 n 为偶数，n=2+(n-2)，n-2 也是偶数，可以分解为两个质数的和；当 n 为奇数，n=3+(n-3)，n-3 也是偶数，可以分解为两个质数的和)。欧拉在回信中也提出另一等价版本，即任一大于 2 的偶数都可写成两个质数之和。把命题 " 任一充分大的偶数都可以表示成为一个素因子个数不超过 a 的个数与另一个素因子不超过 b 的个数之和 " 记作 "a+b"。1966 年陈景润证明了 "1+2" 成立，即 " 任一充分大的偶数都可以表示成二个素数的和，或是一个素数和一个半素数的和 "。

今日常见的猜想陈述为欧拉的版本，即任一大于 2 的偶数都可写成两个素数之和，亦称为“强哥德巴赫猜想”或“关于偶数的哥德巴赫猜想”。

从关于偶数的哥德巴赫猜想，可推出 ：任何一个大于 7 的奇数都能被表示成三个奇质数的和。后者称为“弱哥德巴赫猜想”或

“关于奇数的哥德巴赫猜想”。若关于偶数的哥德巴赫猜想是对的，则关于奇数的哥德巴赫猜想也会是对的。2013 年 5 月，巴黎高等师范学院研究员哈洛德·贺欧夫各特发表了两篇论文，宣布彻底证明了弱哥德巴赫猜想。

3. 哥德巴赫猜想的证明过程

前文是哥德巴赫猜想的由来。我觉得哥德巴赫猜想也可以写成任一大于 5 的整数都可写成三个数之和，且这三个数都属于质数。因为质数分为奇质数和偶质数，所以哥德巴赫猜想也可以写成 偶质数 + 偶质数 + 偶质数或者 偶质数 + 奇质数 + 奇质数 或者 奇质数 + 奇质数 + 奇质数 或者 偶质数 + 偶质数 + 奇质数 前两种是关于偶数的哥德巴赫猜想，后两种是关于奇数的哥德巴赫猜想。

因为偶质数只有 2. 所以偶数的哥德巴赫猜想只能表达成 2+2+2 或者 2+ 奇质数 + 奇质数。说明 6 只能表达成 2+2+2.。问题转变成任一大于 4 的偶数都可写成两个奇素数之和 .

我先提出一个想法是任何的正偶数都可以写成两个正奇数之和。因为正奇数包含了奇质数和不是奇质数但属于正奇数的数。把正奇数的集合定义为 C，把奇质数的集合定义为 A，把不是奇质数但属于正奇数的数的集合定义 B。(C=A ∪ B)

任何的正偶数都可以写成（B+B 或 A+A 或 B+A 或 A+B）。因为 A+B=B+A，当 A+B 成立的时候，B+A 也会成立。所以任何的正偶数都可以写成（B+B 或 A+A 或 B+A）或者任何的正偶数都可以写成（B+B 或 A+A 或 A+B）。

因为 A 取值范围的最小值是 3，所以小于 6 的时候 A+A 是不成立的。因为偶数 4 可以写成 2+2，所以哥德巴赫猜想是成立的。

当偶数大于等于 6 时，假设哥德巴赫猜想不成立。那么存在一个大于 4 的偶数只能写成（{B+B 或 A+B} 或者 {B+B 或 B+A}），等价于存在一个大于 4 的偶数只能写成（C+B）或者（B+C），因为任何的正偶数都可以写成两个正奇数之和（任何的正偶数 =C+C）且(C=A ∪ B)，所以 B 不可能等于 C。所以不存在一个大于 4 的偶数只能写成（{B+B 或 A+B} 或者 {B+B 或 B+A}）。还有一种证明如果存在一个大于 4 的偶数只能写成（C+B）或者（B+C），那么（这个偶数）-C=B 和（这个偶数）-B=C 也会成立。但是（这个偶数）-B=C 是成立而（这个偶数）-C=B 是不成立的，所以存在一个大于 4 的偶数只能写成（C+B）或者（B+C）是不成立的。

4. 冰雹猜想的提出过程

冰雹猜想是指 ：一个正整数 x，如果是奇数就乘以 3 再加 1，如果是偶数就析出偶数因数 2，这样经过若干个次数，最终回到 1。

无论这个过程中的数值如何庞大，就像瀑布一样迅速坠落。而其他的数字即使不是如此，在经过若干次的变换之后也必然会到纯偶数 ：4-2-1 的循环。据日本和美国的数学家攻关研究，在小于 7*10^11 的所有的正整数，都符合这个规律。

冰雹猜想来历 ：

1976 年的一天，《华盛顿邮报》于头版头条报道了一条数学新闻。文中记叙了这样一个故事 ：

70 年代中期，美国各所名牌大学校园内，人们都像发疯一般，夜以继日，废寝忘食地玩弄一种数学游戏。这个游戏十分简单 ：任意写出一个正整数 X，并且按照以下的规律进行变换 ：

如果是个奇数，则下一步变成 3X+1。

如果是个偶数，则下一步变成 X/2。

不单单是学生，甚至连教师、研究员、教授与学究都纷纷加入 。为什么这种游戏的魅力经久不衰？因为人们发现，无论 X 是怎样一个数字，最终都无法逃脱回到谷底 1。准确地说，是无法逃出落入底部的 4-2-1 循环，永远也逃不出这样的宿命。

这就是著名的“冰雹猜想”。

5 冰雹猜想的证明过程

函数 2，最终必定回到 1。只要证明不属于函数 2 的数，也符合冰雹猜想，就证明了冰雹猜想。假设小于 2 的 10 次方的数都符合冰雹猜想。只要证明大于 2 的 10 次方的数都符合冰雹猜想。首先先证明 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的数。首先 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的偶数都符合冰雹猜想。因为 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的偶数都会变成小于 2 的 10 次方的数，所以都符合冰雹猜想。只要证明 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的奇数都符合冰雹猜想，就能证明冰雹猜想。若此类推就能证明所有的正整数都符合冰雹猜想。

那我们如何证明 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的奇数都符合冰雹猜想呢？我们只要能证明 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的奇数都会转变为小于 2 的 10 次方的数（2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的第一个奇数是 ”2^10+1“ 如果 ”2^10+1“ 会变成小于 ”2^10+1“ 的数，因为小于 ”2^10+1“ 的数的都被证明符合冰雹猜想，所以 ”2^10+1“ 符合冰雹猜想，如此类推就能证明 2 的 10 次方到 2 的 11 次方之间的奇数都符合冰雹猜想)。我们就能证明冰雹猜想。等价于只要经过冰雹猜想的运算都会变成小于或等于 x 的数，就能证明冰雹猜想。任何数都会变得比自己小，如此类推。最终都会回到 1，就证明了冰雹猜想。

首先冰雹猜想是不会停止的,它会一直运算。奇数会变成偶数，偶数会变成奇数。它会不断的循环下去。

冰雹猜想不会不断的变大，如论你输入任何数，它都会有最大值。如何证明它都会有最大值？

当“所有偶数 /2 都等于奇数时”，因为 x 小于（3x+1）/2，所以冰雹猜想会不断的增大，它的最大值时正无穷大。但是偶数 /2 等于奇数或者偶数。所以它的最大值一定不是正无穷大。所以冰雹猜想的最大值一定是一个常数。

如果冰雹猜想的最大值是正无穷大，它就需要要不断的变大等价于“所有偶数 /2 都等于奇数时”但是“偶数 /2 等于奇数或者偶数”所以冰雹猜想的最大值一定不是正无穷大,一定是一个常数。

那么冰雹猜想不成立的时候就等于它不断地在 X 到最大值之间不断的循环。而且 x 到最大值之间的数是有限的，而且冰雹猜想是不断的运算的。那么就变成周期函数。而冰雹猜想是一元一次函数的构成的,一元一次函数具备一对一原则。所以不会是周期函数，它一定会变成比自己小或者等于自己，所以冰雹猜想是成立的。

作者简介 ：

唐荧辉（1998.02-），男，广东中山人，汉族，大专。