

木板最优切割方案

杨天畅¹ 黄笛² 赵鑫³

(南京邮电大学自动化学院、自动化学院 江苏 南京 210046)

【摘要】本文解决的是根据家具厂需求如何对木板进行合理切割的问题。对模板的切割是否合理主要由材料的利用率和生产的总利润这两个方面来评价。

1.模型一：针对问题一，切割得到 P1 木板且以每次切割木板余量废料最少为目标建立最优切割方式数学模型，通过非线性规划与穷举对比法，一步一步推演出最优解：P1 切割数为 59 个，木板利用率为 98.29793%

2.模型二：针对问题二，切割得到 P1 及 P3 木板且以每次切割木板余量废料最少为目标建立最优切割方式数学模型，通过算法编程，找到最为合适的三组较优解：A.P1: 44 块 P3: 12 块，木板利用率：98.10000% B.P1: 35 块 P3:18 块，木板利用率：95.50193% C.P1:10 块 P3: 38 块，木板利用率：95.17204%

3.模型三：针对问题三，切割得到 P1 及 P3 木板且以完成各自需求量及废料最少为目标建立最优切割方式数学模型，可以在问题二所求结果中，找到合适切割方式进行方案间的非线性优化，由此得到最优解：按问题三中 A 方式切割 9 块大木板，按问题三中 C 方式切割 40 块木板，最后所得利用率为 94.75098%

4.模型四：针对问题四，切割得到所有类型的木板且以每次切割木板余量废料最少为目标建立最优切割方式数学模型，通过计算机寻找到较为优化的几组解，并找到与需求量较为正比的几组解，对其进行非线性优化，找到利用率最高的一组解：大木板分成四种方式切割，(1) 将大木板全部切割成 P3，共需 19 块大木板 (2) 将大木板全部切割成 P4，共需 9 块大木板 (3) 将大木板按问题三中方式 A 切割，共需 8 块大木板 (4) 将大木板切割成 4 块 P1,20 块 P2,6 块 P3, 10 块 P4，共需 108 块大木板，木板利用率为 94.36330%

5.模型五：针对问题五，在大木板数量一定且小木板无需求量要求的前提下，已完成利润最大为目标建立最优切割方式数学模型，对大木板的长进行非线性规划，最有分配，寻找到几组较为优化的方案。以计算得到的每种小木板单位面积下的利润为权重进行方案筛选,对所选方案进行非线性规划,找到利润最大且利用率较高的一组解:将 100 块大木板全部切割 5900 块 P1, 利润为 117410, 利用率为 98.29793%

【关键字】 多目标；整数；规划模型；穷举推演法；权重对比分配法

一、问题提出

某家具厂新进一批长度为 3000mm, 宽度为 1500mm 的木板 S1, 如果要将其做成家具, 则需要使用切割工具生产出若干规格的木板做成产品。通过整理, 该批木板的生产任务如下:

产品名称	长度(mm)	宽度(mm)	生产任务(件)	利润(元/件)
P1	373	201	774	19.9
P2	477	282	2153	23.0
P3	406	229	1623	21.0
P4	311	225	1614	16.0

表 1 产品尺寸及生产任务

待求解问题:

(一) 若在一块木板上切割 P1 产品, 给出木板利用率最高(即

木板 S1 的数量	P1 的数量	P3 的数量	木板利用率	备注
				每块木板切割方案相同
.....				同上 此行可根据需要增加
合计数量: ——	774	1623	木板总利用率: ——	木板总利用率=

表 4 问题 3 的结果

(四) 需要完成表 1 中 P1、P2、P3、P4 产品的生产任务, 给出木板总利用率最高的切割方案, 并将结果填入表 5:

木板 S1 的数量	P1 的数量	P2 的数量	P3 的数量	P4 的数量	木板利用率	备注
						每块木板切割方案相同
.....						同上 此行可根据需要增加
合计数量: ——	744	2153	1623	1614	木板总利用率: ——	木板总利用率=

表 5 问题 4 的结果

(五) 不考虑产品 P1, P2, P3, P4 的需求数量, 给定 100 张 S1 木板, 按照表 1 中给出的利润, 给出总利润最大的切割方案, 并将结果填入表 6:

剩余木板面积最小)的切割方案, 并将最优方案的结果填入表 2:

P1 的数量	木板利用率

表 2 问题 1 的结果

(二) 若在一块木板上切割 P1 和 P3 产品, 给出按照木板利用率由高到低排序的前 3 种切割方案, 并将结果填入表 3:

方案编号	P1 的数量	P3 的数量	木板利用率
1			
2			
3			

表 3 问题 2 的结果

(三) 需要完成表 1 中 P1 和 P3 产品的生产任务, 给出木板总利用率最高的切割方案, 并将结果填入表 4:

木板 S1 的数量	P1 的数量	P2 的数量	P3 的数量	P4 的数量	利润	木板利用率	备注
							每块木板切割方案相同
.....							同上 此行可根据需要增加
木板 S1 合计数量 100					总利润: ——	木板总利用率: ——	木板总利用率

表 6 问题 5 的结果

二、符号约定

符号	定义	单位
	第 i 种切割方式中木板 S_i 的长可切割产品 P_j 边长的个数	个
	木板 S_i 的宽可切割产品 P_j 边长的个数	个
	一件 P_j 产品的面积	mm^2
	产品 P_j 的生产任务总量	件
n_i	第 i 种切割方式中切割所得产品 P_j 的数量	件
	通过计算机搜索到的第 i 种切割方式所需木板 S_i 个数	块
	一块木板 S_i 的面积	mm^2
	所需 S_i 的总个数	块
	木板 S_i 的利用率	
	木板 S_i 的最大利用率	
	生产一件产品 P_j 所得利润	元
	完成生产任务所得最大利润	元

表 7 符号约定表

注：未列出符号及重复的符号以出现处为准

三、问题分析

在实际的生产生活中，经常遇到这类木板等材料切割最优问题，因此寻找最优方案便至关重要。为了使建立的模型能够客观、准确、严谨地对木板最优切割方案进行全面的计算，要求：第一、所有问题假设都成立，一切外在因素不存在；

第二、通过不同要求的权重对方案进行细化。首先，我们粗略估计出，每一问切割大致方案，计算出较为合理的数值。其次，我们利用 lingo 对数据按照题目中的要求进行约束，规划出最为合理的切割方案。最后，我们将数据整理好，简单分析数据的可靠性等。

问题一：题目要求 P1 木板利用率最大的切割方式，可以先通过估算，算出利用率最高时，可以得到的 P1 的个数。我们采用 lingo11.0 进行非线性规划的求解，得到较为合理的答案，经过验算便可得到最终结果。

问题二：题目要求一块木板上同时切割 P1 和 P3，切割方式应是三种利润率最大的三种。利用 lingo11.0 规划出长边最合理的切割方式，宽边进行一定的合理运算和排列组合，搜索出最优解。

问题三：在问题二的基础上，不仅仅对利用率有要求，进一步要求完成生产目标。这一问的利用率是所需求小木板数量乘以各自面积比所需大木板数量与大木板面积的总和。多余做出的小木板属于废料，不能算进利用率中。

问题四：在问题三的基础上，要求完成所有木板的需求，问题变得更加复杂。需要寻找出若干种利用率最高并且与木板需求量较为正比的方案，用 lingo11.0 对所有方案进行优化规划。

问题五：此问取消了对小木板需求量的要求，变为在一定数量的大木板的前提下，寻找到利润最高的方案。可以计算出，每种小木板单位面积下的利润，再把上一问中利率高，并且比较正比于利润比的方案选出，利用 lingo11.0 进行优化规划，寻找出最优解。

四、模型建立

(一) 问题一的模型构建

通过前述分析思路，根据约束条件：



结合实际生产中最优切割方案应该是增大材料的利用率减少材料损失，同时需要生产操作简单易行，所得目标函数：

(二) 问题二的模型构建

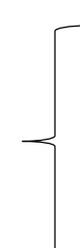
通过前述分析思路，根据约束条件



结合实际生产中最优切割方案应该是增大材料的利用率减少材料损失，同时需要生产操作简单易行，所得目标函数：

(三) 问题三的模型构建

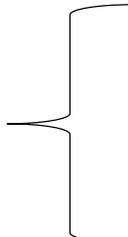
通过前述分析思路，根据约束条件



结合实际生产中最优切割方案应该是增大材料的利用率减少材料损失，同时需要生产操作简单易行，所得目标函数：

(四) 问题四的模型构建

通过前述分析思路，根据约束条件



2	35	18	95.50%
3	110	38	95.17%

表 9 问题二结果

(三) 问题三

根据上述求解所得到的结果分析得到结果如下表所示

木板 S1 的数量	P1 的数量	P3 的数量	木板利用率	备注
9	396	108	98.10%	每块木板切割方案相同
40	400	1520	95.17%	同上
合计数量: 49	774	1623	木板总利用率: 94.75%	木板总利用率=

表 10 问题三结果

(四) 问题四

根据上述求解所得到的结果分析得到结果如下表所示

五、结果分析

(一) 问题一

根据上述求解所得到的结果分析得到结果如下表所示

P1 的数量	木板利用率
59	98.30%

表 8 问题一结果

(二) 问题二

根据上述求解所得到的结果分析得到结果如下表所示

方案编号	P1 的数量	P3 的数量	木板利用率
1	44	12	98.10%

木板 S1 的数量	P1 的数量	P2 的数量	P3 的数量	P4 的数量	木板利用率	备注
19	0	0	893	0	97.11%	每块木板切割方案相同
9	0	0	0	549	94.86%	同上
8	352	0	96	0	98.10%	同上
108	432	2160	648	1080	94.39%	同上
合计数量: —144—	774	2153	1623	1614	木板总利用率: —95.69%—	木板总利用率=

表 11 问题四结果

六、模型评价

(一) 模型优点:

结合实际情况, 根据家具厂所关注的利用率与利润方面建立模型, 确立了以不同侧重点为核心的目标函数, 使模型大体方向正确, 利于解决实际问题。

(二) 模型缺点:

程序运行较长时间, 面对更加复杂的建模问题不适用该方法。

(三) 模型改进

由于小组成员的编程水平有限, 未能将表格数据编写进入 LINGO 软件, 这是本模型的一个不足之处。如果编程水平过硬, 此模型解决本问题的效果将会更好。

其次, 对于一块木板的切割问题, 我们以木板的长和宽作为其约束条件, 在实际情况中可能会在切割两种不同规格的产品时出现空白缝隙导致利用率降低, 可以采用不同的思路避免这种问题出现。另外, LINGO 并不是唯一的建模软件, 还有其它的一些建立模型的软件, 各自都会针对模型进行改进。以后如果有机会应该多多尝试。

参考文献:

[1]姜启源等编, 数学模型(第四版), 高等教育出版社, 2011年。

[2][英]H. P. Williams 著, 孟国璧等译, 数学规划模型建立

与计算机应用, 国防工业出版社, 1978年。

[3]赵静, 但琦, 数学建模与数学实验, 高等教育出版社, 2008年。

[4]基于背包算法的木板切割方案设计[J]. 周康乔, 严沛鑫, 鹿国庆. 黑龙江科学. 2020(04)

[5]新一代木板防潮材料[J]. 家具. 2000(03)

[6]基于功能设计的木板分拣码垛机概念设计[J]. 霍孟显, 刘宏勋, 梁君宁. 科技创新与应用. 2017(22)

[7]一种木板拼板机的设计[J]. 杨佳澎, 柳卓明, 王浩. 山东工业技术. 2017(10)

[8]地下室手工制作 照片转到木板上[J]. 数码摄影. 2016(09)

作者简介: 姓名: 杨天畅 学号: B17050303

所在学院及专业: 自动化学院 自动化

姓名: 黄笛 学号: B17050407

所在学院及专业: 自动化学院 自动化

姓名: 赵鑫 学号: B17011128

所在学院及专业: 通信与信息工程学院 通信工程