

基于等效法对同心协力的最佳策略研究

徐蕾 刘雅闻 程彦亭 苏晓杰 李泽坤

(桂林电子科技大学信息科技学院 广西 桂林 541000)

摘要: 针对“同心协力”的最佳策略的分析问题,运用了重力势能、能量守恒定律、等效法、平行四边形定则和斜抛运动以及折射等物理方法,构建出了在不同的发力时机和力度的情况下得到的协作团队策略,对不同设计方案进行分析,同时利用 MATLAB 软件求出不同条件中的最优解,以获取最佳的协作团队策略。

关键词: 能量守恒定律;等效法;平行四边形定则;斜抛运动;折射;MATLAB;

Study on the optimal strategy of cooperation based on equal effect method

Xu Lei, Liu Yawen, Cheng Yanting, Su Xiaojie, Li zekun

(School of Institute of Information Technology of Guet, Guilin 541000, China)

Abstract: In view of the analysis of the best strategy of "concerted effort", using the gravitational potential energy, the law of conservation of energy, equal effect, parallelism rule, oblique throw motion and refraction and other physical methods, the cooperative team strategy is constructed under the circumstances of different force timing and strength, the different design schemes are analyzed, and the use of MATLAB software to find the optimal solution under different conditions, in order to obtain the best cooperative team strategy.

Key words: Law of conservation of energy; Such as; Paralleletricism rule; Oblique throw motion; Refraction; MATLAB;

同心协力是一项极其考验队员对用力方向、时机和角度的控制。其目的是为了保持球被颠起时的高度。本文针对在不同用力方向、时机、力度和鼓面的倾斜角度对颠球的高度这个问题进行研究,给出相应的最佳策略。刘谦^[1]的小球落地反弹的奇妙实验,韩中庚^[2]的数学建模方法及其应用,范毅方^[3]的基于斜抛运动学方程的运动技术分析。综合上述的模型,可以很好的运行在同心协力策略的研究当中。

一、数据来源和模型假设

本文的数据来源于2019年高教社杯全国大学生数学建模竞赛B题,其提供了同心协力这个团队能力拓展项目的原理以及同心鼓的数据。为了便于解决问题,提出以下几条假设:(1)假设参考平面为鼓面;(2)假设重力加速度为 $g = 10 \text{ m/s}^2$;(3)假设鼓面劲度系数为 $k = 1$;(4)假设在天气影响下,不考虑风力等自然因素;(5)假设不考虑绳子的质量;(6)假设在队员发力时机且发力方向可以精确不变,鼓的重心始终不变;(7)假设倾斜方向在水平面的投影水平向左,投影为一个10N的力。

二、问题分析

由于球跳动方向不再竖直,于是需要每一个人调整拉绳。在精确控制条件下,对抛体运动的过程进行分析,假设倾斜方向在水平面的投影水平向左,根据斜上抛体运动所具有的性质对球运动的速度进行求解,通过平行四边形推导出变化公式,进一步得到在前后不同时刻每一个人的用力大小,更好的解决问题。

三、模型的建立与求解

在可精准控制条件下,为了将球调整为竖直状态弹跳,以0.34s为一个时间元,假设倾斜方向在水平面的投影水平向左。由题知,

对上斜抛过程进行分析,可得

$$\tan \beta = \frac{a}{b}$$

解得 $b = 39.59 \text{ cm}$

表1 在 $t = 0$ 时刻之前的0.34s, 10位人员的用力大小

用力参数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
用力大小	74.5	83.15	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5	69.5

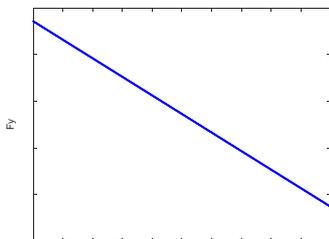


图1 F_x, F_y 的所有取值的可能

对上斜抛过程进行分析,将球调整为竖直状态弹跳。设鼓面的

由自由落体定理得:

$$t = \sqrt{\frac{2a}{g}}$$

解得

$$t = 0.34 \text{ s}$$

在 $t = 0$ 时刻之前的0.34s,排球开始做斜上抛运动,斜上抛运动具有以下几条性质:

- 1.斜抛运动的轨迹是抛物线;
- 2.斜抛运动的加速度是重力加速度,所以斜抛运动是匀变速运动;
- 3.斜抛运动具有对称性;
- 4.只有重力做功,机械能守恒。

在顶点时,球的竖直方向上的速度为 $v = 0 \text{ m/s}$

由斜抛运动的对称性原理可得

$$v_{y0} = gt = 3.464 \text{ m/s}$$

由于球在水平方向上不受力,所以球做匀速运动,解得

$$v_{x0} = \frac{b}{t} = 1.14 \text{ m/s}$$

以球以反弹到60cm时,为 $t = 0$ 时刻,因为球的水平位移为39.59cm,所以在精确控制条件下鼓向左位移40~80cm。

由题可知,倾斜方向在水平面的投影指向某两位队员之间,与这两位队员夹角比为1:2。

设 $F_{\text{投影}} = 10 \text{ N}$,用正交分解法和平行四边形法则解得

$$[8] \cos 12^\circ \cdot F_x + \cos 24^\circ \cdot F_y = 10$$

在 $t = 0$ 时刻取 $x=5, y=13.65$

倾斜角为 γ ,即可将球调整为竖直状态弹跳。根据反射定律可得,同理到力学中,入射角等于反射角,所以 $\gamma = 0.5^\circ$ 设鼓初始位置较绳子水平时下移12.94cm,则需要将鼓面向右偏移 0.5° 。假如在 $t = 0$ 时刻之后的0.34s之后,1、2的用力参数的用力大小为55.64 设鼓的重心将不在移动,假设6、7的用力参数的合力的水平分力为:

$$F_{G_{\text{水}}} = 30 \text{ N}$$

除6、7的用力参数鼓向上的合力为 $F_{\text{合}} = \frac{4}{5} \cdot G_{\text{鼓}} = 28.8 \text{ N}$,

$$\cos \omega = \frac{F_{G_{\text{水}}}}{F_{\text{合}6,7}}$$

$$\cos 24^\circ \cdot F_6 + \cos 12^\circ \cdot F_7 = 34.1848$$

由上式解得，

$$F_6 = 61.29N, F_7 = 9.7N$$

表 2 在 $t=0$ 时刻之后的 0.34s，10 位人员的用力大小

用力参数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
用力大小	55.64	55.64	55.64	55.64	55.64	61.29	9.7	55.64	55.64	55.64

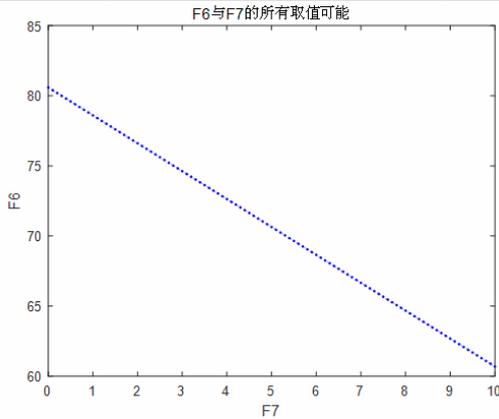


图 2 F_x, F_y 的所有取值的可能

从图中所看，在 $t=0$ 时刻之前的 0.34s 和在 $t=0$ 时刻之后的 0.34s 的用力大小反应了该模型下求解的效果较好，用力大小对该项目的完成也较高，也在可以接受的范围之内。

四、总结

根据本文所给出的数据，对问题的求解有合理的假设、严密的理论推导，将理论知识与实际结合在一起，得到较为理想的结论；结合现实情况，为了说明每个人的发力时机和力度与某一特定时刻的鼓面倾斜的角度的关系，本文灵活运用不同发力时机和力度数据，而不是每一次都是用同一数据；运用多种物理模型以及数学方法和数学软件组合使用，取长补短，使得模型求解得到的结果更准确；在研究问题时循序渐进，在求解的过程中慢慢进步，逐步完善。

参考文献：

- [1]王翔宇.解析数学分类讨论思想的实际应用[J].科技风,2017(04):48.
- [2]李伯德,李振东.MATLAB 与数学建模[M].北京:科学出版社.2014
- [3]武文佳.MATLAB 在数学建模中的应用[J].现代制造技术与装备, 2019(11):78 - 79.
- [4]孙义欣,冯娜.穷举法在程序设计中的应用[J].计算机时代,2012(08):50 - 52.
- [5]余胜威.MATLAB 数学建模经典案例实战[M].北京:清华大学出版社, 2016.
- [6]张志涌,杨祖樱.MATLAB 教程[M].北京:北京航空航天大学出版社, 2015.
- [7]姬梁飞.分类讨论思想应用的四大特征[J].学周刊,2016(34):156 - 158.
- [8]边馥萍,侯文华,梁冯珍.数学模型方法与算法[M].北京:高等教育出版社.2005
- [9]陈东彦,李冬梅,王树忠.数学建模[M].北京:科学出版社.2007
- [10]韩中庚.数学建模方法及其应用[M].北京:高等教育出版社.2005
- [11]姜启源,谢金星,叶俊.数学模型.3 版[M].北京:高等教育出版社.2003
- [12]刘卫国.MATLAB 程序设计与应用[M].北京:高等教育出版社.2006