

《应用随机过程》的思政元素案例研究

宋娜* 孔慧华 惠周利

(山西省太原市中北大学数学学院 030051)

摘要: 课程思政是高等学校课程建设的重要组成部分。但是在理学与工学的课程思政建设中, 可借鉴的经验较少。《应用随机过程》同时具有理学与工学的特点, 是统计学, 电子信息科学等学科的必修课程。本文结合课程特点, 针对《应用随机过程》的两个案例, 对思政元素展开讨论。

关键字: 思政案例, 马尔科夫过程, 泊松过程

“师者传道授业解惑也”, 传做人之道, 处世之道; 授知识、文化; 解应用中的困惑。“师也者, 教之以事而喻诸德也”, 不仅授学生“谋事之才”更要传学生“立世之道”, 传德更为重要。2020年教育部印发《高等学校课程思政建设指导纲要》, 文件中指出课程思政建设是全面提高人才培养质量的重要任务, 明确了课程思政目标要求、内容重点以及教学体系。针对公共基础课程, 专业教育课程, 实践类课程分别提出了不同的要求。纲要指出要在课程教学中把马克思主义立场观点方法的教育与科学精神的培养结合起来, 提高学生正确认识问题、分析问题和解决问题的能力。理学类专业课程, 要注重科学思维方法的训练和科学伦理的教育, 培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感^[1]。工学类专业课程, 要注重强化学生工程伦理教育, 培养学生精益求精的大国工匠精神, 激发学生科技报国的家国情怀和使命担当^[1]。

应用随机过程作为概率论课程的后续课程, 既是统计学专业学生的必修专业课程, 也是信息类专业学生的必修公共基础课程, 是《应用时间序列》, 《随机信号处理》, 《通信原理》等课程的先修课程^[2,3]。由于随机过程知识点丰富, 内容抽象, 理论性强, 又具有较高的实用价值, 兼具理科与工科的特点, 所以《应用随机过程》的课程思政建设成为一个需要研究课题。培养学生正确认识、分析并解决问题, 从两个教学案例展开研究。

一、正确认识、分析问题——横看成岭侧成峰, 远近高低各不同

在随机服务系统中, 顾客的到达时刻, 到达时间间隔, 等待时间等随机变量的概率分布是评价一个服务系统的重要性能指标。在一个服务系统中, 管理人员关注的可能是员工处理每一个对象的时间(被服务对象的等待时间), 员工关注的是自己服务的对象有多少, 被服务的对象则关注的是什么时候能够服务到自己(对象到达服务台的时刻)。在这样的一个服务系统中, 不同的对象关注的问题是不同, 也就是说关注了不同的变量, 不同的变量将满足不同的分布, 进一步有不同的处理方式。下面介绍与此相关的三个不同的分布。

设 $N(t), t \geq 0$ 表示在 $[0, t]$ 到达某服务台的顾客数(服务的对象的数量), 则 $N(t)$ 是强度为 λ 的泊松过程

$$P\{N(t) = k\} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

令 $T_n, n = 1, 2, 3, \dots$ 表示第 n 个顾客的到达时刻, 则 T_n 是一个连续性随机变量, 其分布函数为 $F_n(t) = P\{T_n \leq t\}$, $T_n < t$ 表示第 n 个顾客的到达时刻出现在 t 之前等价于再

$[0, t]$ 时间内至少出现 n 个人, 故:

$$F_n(t) = P\{T_n \leq t\} = P\{N(t) \geq n\} = 1 - P\{N(t) \leq n-1\}$$

$$F_n(t) = P\{T_n \leq t\} = \begin{cases} 1 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

$$f_n(t) = F_n'(t) = \begin{cases} \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

T_n 服从参数为 n, λ 的 Γ 分布。

令 $X_n, n = 1, 2, 3, \dots$ 表示第 n 个顾客和第 $n+1$ 个顾客的到达间隔, 则 X_n 是一连续型随机变量, 其分布函数为 $\hat{F}_n(t) = P\{X_n \leq t\}$ 。 $X_n = T_n - T_{n-1}$ 相互独立的连续性随机变量, 其分布函数:

$$\hat{F}_n(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

$$\hat{f}_n(t) = \hat{F}_n'(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

X_n 为参数为 λ 的指数分布。

在给同学们讲述这部分内容的时候, 从实例出发引发学生的思考, 同时思考三个分布当中都拥有一个相同的变量 λ , 那么这个 λ 是相同的吗? 在学习概率论的时候是不是拥有这样的疑问呢? 带着疑问看推导的过程, 从过程中可以看出 λ 的含义应该是一样的, 那 λ 具有怎样的含义呢? 我们从变量的数字特征可以给出解释: 泊松过程的期望为 $E(N(t)) = \lambda t$ 表示在 $[0, t]$ 时间内到达的顾客数, 指数分布的期望 $E(X_n) = \frac{1}{\lambda}$ 表示对顾客的平均服务时

间, Γ 分布的期望为 $E(T_n) = \frac{n}{\lambda}$ 表示第 n 个顾客平均到达时间。在泊松过程中令 $t = 1$ 可得 $E(N(1)) = \lambda$ 得到 λ 表示单位时间内的到达人数。

三个不同的分布出现在同一个系统中, 引入思政元素“正确认识、分析问题”。在人的一生中总会碰到形形色色的人, 各种各样的事情, 因为经历的不同, 角度的不同, 处理问题的方式也不同, 遇到问题我们应该正确的认识问题, 从不同的角度正确认识问题,

分析问题,解决问题。

二、科学的思维,严谨的科学态度——立足当下,展望未来

马尔科夫过程的相关理论完美的体现了数学分析,线性代数与概率论的完美结合。马尔科夫链在信息论,生物学等方面扮演着重要的角色,在课程教学中,引导学生认清马尔科夫链的实质,在学习的过程中体会科学的思维方式,追求真理的使命感,踏实生活与学习的幸福感。

假设 T 为时间集, I 为状态机集,则给出下面的定义

定义 1: 若随机过程 $\{X_n, n \in T\}$, 对任意 $n \in T$ 和 $i_0, i_1, \dots, i_{n+1} \in I$, 条件概率

$$P\{X_{n+1}=i_{n+1} | X_0=i_0, X_1=i_1, \dots, X_n=i_n\} = P\{X_{n+1}=i_{n+1} | X_n=i_n\}$$

则称 $\{X_n, n \in T\}$ 为马尔可夫链(Markov Chain), 简称马氏链。

定义 2: 称条件概率 $p_{ij}(n) = P\{X_{n+1}=j | X_n=i\}$ 为马尔可夫链 $\{X_n, n \in T\}$ 在时刻 n 的一步转移概率, 简称转移概率, 其中 $i, j \in I$ 。

定义 3: 称 $P_n(j) = P\{X_n=j\}$, $j \in I$ 为马尔可夫链的绝对概率, 简称绝对概率。称 $P_0(j) = P\{X_0=j\}$, $j \in I$ 为马尔可夫链的初始概率, 简称初始概率。

定义 4: 若对任意的 $i, j \in I$, 马尔可夫链 $\{X_n, n \in T\}$ 的转移概率 $p_{ij}(n)$ 与 n 无关, 则称马尔可夫链是齐次的, 并记 $p_{ij}(n)$ 为 p_{ij} 。

下面假设马尔可夫链是齐次的马尔可夫链。

定义 5: 称条件概率 $P_{ij}^{(n)} = P\{X_{m+n}=j | X_m=i\}$ 为马尔可夫链 $\{X_n, n \in T\}$ 的 n 步转移概率 ($i, j \in I, m \geq 0, n \geq 1$), $P^{(n)} = (p_{ij}^{(n)})$ 为 n 步转移概率矩阵。

性质 1: 设 $\{X_n, n \in T\}$ 为马尔可夫链, 则对任意正整数 n, l 满足 $0 \leq l \leq n$ 和 $i, j \in I$, n 步转移概率 $P_{ij}^{(n)}$ 具有性质:

$$(1) p_{ij}^{(n)} = \sum_{k \in I} p_{ik}^{(l)} p_{kj}^{(n-l)}, \quad P^{(n)} = PP^{(n-1)}$$

$$(2) p_{ij}^{(n)} = \sum_{k_1 \in I} \dots \sum_{k_{n-1} \in I} p_{ik_1} p_{k_1 k_2} \dots p_{k_{n-1} j}, \quad P^{(n)} = P^n$$

可以看出: n 步转移概率由一步转移概率确定。

性质 2:

$$P_n(j) = P\{X_n=j\} = \sum_{i \in I} P\{X_0=i\} P\{X_n=j | X_0=i\} = \sum_{i \in I} P_0(i) P_{ij}^{(n)}$$

绝对概率由初始概率与 n 步转移概率唯一决定。进一步, 绝对概率由初始概率与一步转移概率唯一决定。

在性质的部分引入思政元素“科学的思维, 严谨的科学态度”。华罗庚说: “面对悬崖峭壁, 一百年也看不出一条缝, 但是用斧凿能进一寸的一寸, 能进一尺的一尺, 不断积累, 飞跃比来, 突破随之而来。做任何事情都应该一步一个脚印的去完成, 走好人的每一

个小步, 才能完成一个大步。”《劝学》中说: “不积跬步, 无以至千里。不积小流, 无以成江海。骐骥一跃, 不能十步; 弩马十驾, 功在不舍。”在学习的过程中, 应该具有科学的思维, 严谨的科学态度, 立足当下, 踏踏实实的学习每一个知识点。拥有扎实的基础知识, 厚积薄发, 在未来的专业学习中才能更好的理解相关知识, 更好的将理论与实践相结合。

三、总结

课程思政应该是贯穿在整个教学过程中的, 理工科的课程思政经验相对较少一些! 本文结合作者的多年教学经验, 对于《应用随机过程》探讨两个教学案例中的思政元素。

参考文献:

- [1] 《高等学校课程思政建设指导纲要》, 2020。
- [2] 王鑫, 《随机过程》课程思政建设的探索[J]. 当代教育实践与教学研究, 2020(23) 322-323。
- [3] 李伟, 张小斌, 研究生公共课《随机过程》课程建设探索[J]. 创新教育研究, 2021(4), 926-930。
- [4] 马建军, 王立君, 弓长玉春, 工科研究生数学课程思政的探索与实践[J]. 辽宁经济职业技术学院辽宁经济管理干部学院学报, 2021(2), 107-109。

作者简介: 宋娜(通讯作者) 1984-, 女, 汉族, 山东青岛, 理学博士, 副教授, 研究方向: 随机泛函分析

孔慧华 1977-, 女, 汉族, 山西临汾, 工学博士, 副教授, 研究方向: 信息处理与重建

惠周利 1981-, 男, 汉族, 安徽淮北, 理学硕士, 讲师, 研究方向: 机器学习, 混合式教学

项目基金: 山西省高等学校教学改革创新项目(2021): “基于 OBE 理念与创新人才培养的数学课程教学改革与实践”(项目号: J2021340). 中北大学教育教学改革创新项目(2020): “统计学科 MOOC、微课等信息化教学资源的建设与应用研究”(项目号: ZJ2020151). 山西省研究生教育教学改革课题(2021): “价值引领和创新驱动下研究生公共数学课程教学模式的改革和实践”(项目号: 2021YJJG216). 山西省高等学校教学改革创新项目(2020): “在线教学情境下大学数学公共基础课课程思政研究与实践”(项目号: J2020178).

A case study of ideological and political elements in 《Applied Stochastic Process》

Na Song, Huihua Kong, Zhouhui

North University of China College of Mathematic, Taiyuan, Shanxi Province 030051

Abstract: Ideological and political education is an important part of curriculum construction in colleges and universities. However, there are few experiences to be used for reference in the ideological and political construction of the courses of neo-confucianism and engineering. “Applied stochastic process” has the characteristics of both science and engineering, and is a required course in statistics, electronic information science and other disciplines. Based on the characteristics of the course, this paper discusses the ideological and political elements in two cases of “Application of stochastic process”.